パーセントインピーダンス計算法（基礎編）

前回では、パーセントインピーダンス計算の初歩的な解説を記載しました。
今回はもう少し突っ込んだ話を記載します。
読者のご高覧を賜れば幸いです。

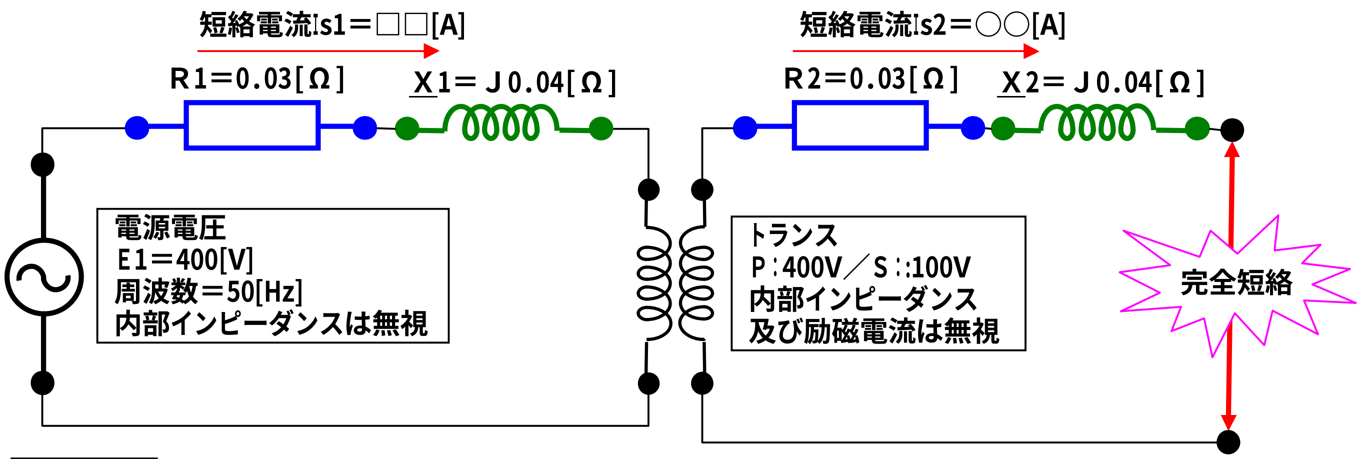
平成　鹿年　骨月　吉日
貧電工附属　サイタマ・ドズニーランド・大学　学長　鹿の骨

で・・・、毎度の様にいきなり問題を出します。
ここで前もってお断りを入れます。
Ｘ(エックス)と×(かけ算記号)ですが、非常に紛らわしく、事実上区別して記載出来ません。
従って次の様に書きます。
Ｘ(エックス)の場合　：X　<＝＝字の下に＿を付ける。
×(かけ算記号)の場合：Ｘ　<＝＝そのまま。

問題１０

下記回路で短絡事故が発生しました。
短絡電流Ｉs1，Ｉs2 を求めなさい。

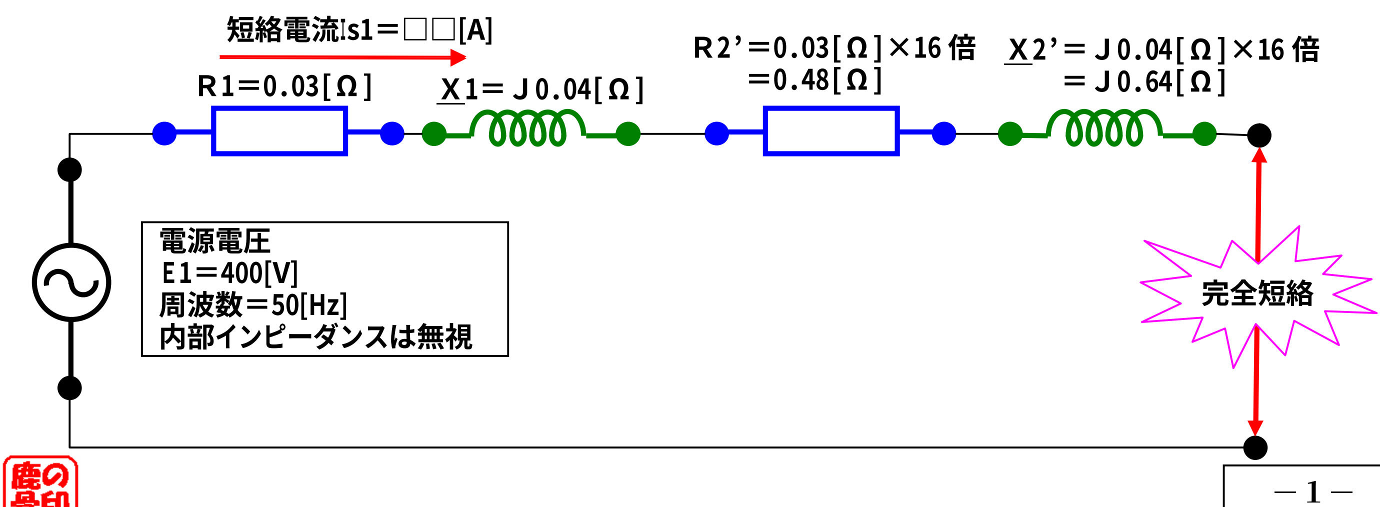
図１０－１



解答１０

途中にトランスが入っている問題です。（オームインピーダンス法で解きます。）
この様な問題を解くときは、トランスの二次側を一次側に又は一次側を二次側に変換します。
今回は二次側を一次側に変換してみましょう。（下図参照）

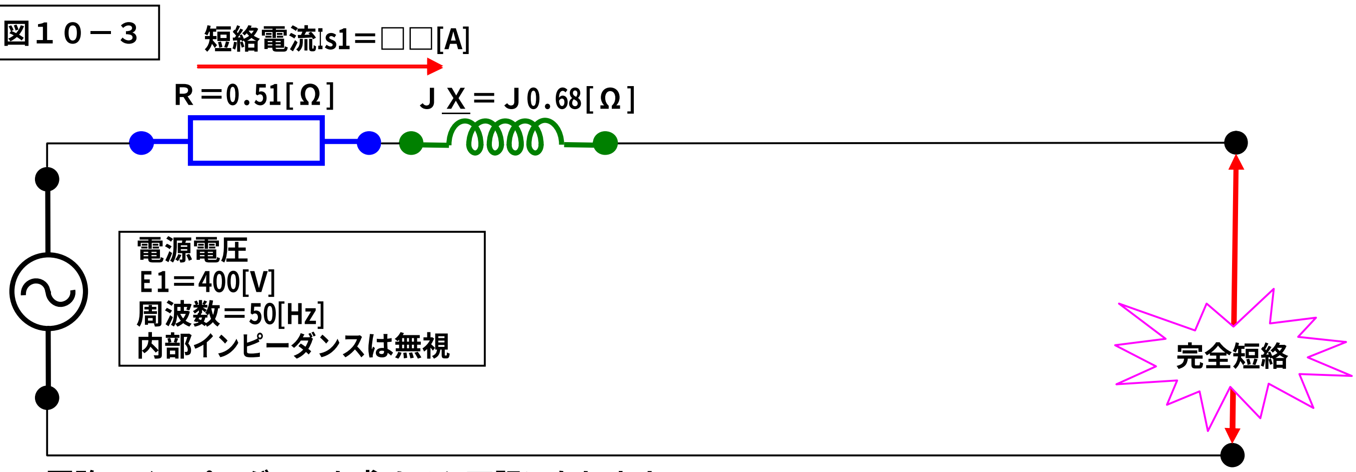
図１０－２



解答１０の続き

途中にトランスが入った場合、二次側のインピーダンスを一次側に変換する為には、二次側の値を**巻き数比の２乗倍**する必要が有ります。
このトランスの電圧比は 400V：100V ですから、巻き数比は 4:1 です。
ですから、二次側の値を 4^2 倍つまり **16 倍**します。（詳細は最後のページに解説を記載しました。）
図 10－2 を整理すると下図になります。

図１０－３



この回路のインピーダンスを求めると下記になります。

$\dot{Z}＝R＋J\underline{X}$
　＝0.51＋J0.68
　＝$\sqrt{(0.51^2+0.68^2)}$∠－53.13 度
　＝0.85∠－53.13 度

$|\dot{Z}|$＝0.85

$|\dot{I}s1|$＝$|\dot{E}1|$÷$|\dot{Z}|$
　　＝400÷0.85
　　＝470.59[A]

Ｉs2 はＩs1 の 4 倍の値になりますから、

Ｉs2＝Ｉs1×4＝470.59[A]×4＝1882.35[A]

これで、答えは出ました。
引き続き、次の問題を解いて下さい。
（この問題をパーセントインピーダンス法で解くことを考えます。）

問題１１

この回路の一次側の％Ｒ1、％$\underline{X}$1、％Ｚ1 の値及び二次側の％Ｒ2、％$\underline{X}$2、％Ｚ2 の値を求めなさい。
但し、基準容量は 10[kVA]とします。

解答１１

一次側から求めます。
電源電圧が 400[V]で基準容量は 10[kVA]ですから、基準電圧及び基準電流は下記になります。
基準電圧＝400[V]
基準電流＝25[A]（10[kVA]÷400[V]＝25[A]）
％Ｒ1 を求めます。
Ｉ1×Ｒ1＝25[A]×0.03[Ω]＝0.75[V]（一次側抵抗分に依る電圧降下値）
％Ｒ1＝Ｉ1×Ｒ1÷基準電圧×100[％]＝0.75÷400×100＝0.1875[％]
同様に％Ｘ1、％Ｚ1 は
ＪＩ1$\underline{X}$1＝25[A]×Ｊ0.04[Ω]＝Ｊ1.00[V]（リアクタンスに依る電圧降下値）
Ｊ％$\underline{X}$1＝ＪＩ1×$\underline{X}$1÷基準電圧×100[％]＝Ｊ1.00÷400×100＝Ｊ0.25[％]
％Ｚ1＝％Ｒ1＋Ｊ％Ｘ1＝0.1875[％]＋Ｊ0.25[％]＝0.3125∠53.13 度[％]

鹿の骨印

解答１１の続き

今度は二次側の計算です。
トランスの二次側電圧は 100[V]です。基準容量は 10[kVA]ですから、基準電圧及び基準電流は下記になります。
基準電圧＝100[V]
基準電流＝100[A]（10[kVA]÷100[V]＝100[A]）
Ｉ2Ｒ2＝100[A]×0.03[Ω]＝3[V]（二次側抵抗分に依る電圧降下値）
%Ｒ2＝Ｉ2×Ｒ2÷基準電圧×100[%]＝3÷100×100＝**3.00[%]**
ＪＩ2Ｘ2＝100[A]×Ｊ0.04[Ω]＝Ｊ4.00[V]
Ｊ%$\underline{\text{Ｘ}}$2＝ＪＩ2$\underline{\text{Ｘ}}$2÷基準電圧×100[%]＝Ｊ4.00÷100×100＝**Ｊ4.00[%]**
%Ｚ2＝%Ｒ2＋Ｊ%$\underline{\text{Ｘ}}$2＝3.00[%]＋Ｊ4.00[%]＝**5.00∠53.13 度[%]**

これで一次側と二次側のパーセント値は総て出そろいました。
引き続き次の問題です。

問題１２

トランスの一次側及び二次側のパーセントインピーダンス値を用いて、一次側に換算した合計パーセントインピーダンスを求め、この値を基に一次側の短絡電流を求めなさい。

怪盗１２

ところで、合計パーセントインピーダンスってどうやって計算するの？
良くワカンナイので、苦し紛れに下記の計算を行います。
一次側に換算した合計%Ｚ＝一次側の%Ｚ＋二次側の%Ｚ（単純和を取った。巻き数比？知るか！！）
＝%Ｚ1＋%Ｚ2
＝0.3125∠53.13 度[%]＋5.00∠53.13 度[%]
＝5.3125∠53.13 度[%]
短絡電流は基準電流を%Ｚで割れば算出出来るので
$\dot{\text{Ｉ}}$s1＝25∠0 度[A]÷5.3125∠53.13 度[%]
＝470.59∠－53.13 度[A]
答えが合っている！！。

引き続き次の問題です。

問題１３

二次側の短絡電流を求めなさい。

怪盗１３

同様に良くワカンナイので、苦し紛れに下記の計算を行います。
二次側短絡電流＝二次側基準電流÷合計%Ｚ値（合計%Ｚ値は問題１２の値そのままを使う。）
$\dot{\text{Ｉ}}$s2＝100∠0 度[A]÷5.3125∠53.13 度[%]
＝1882.35∠－53.13 度[A]
これも答えが合っている。

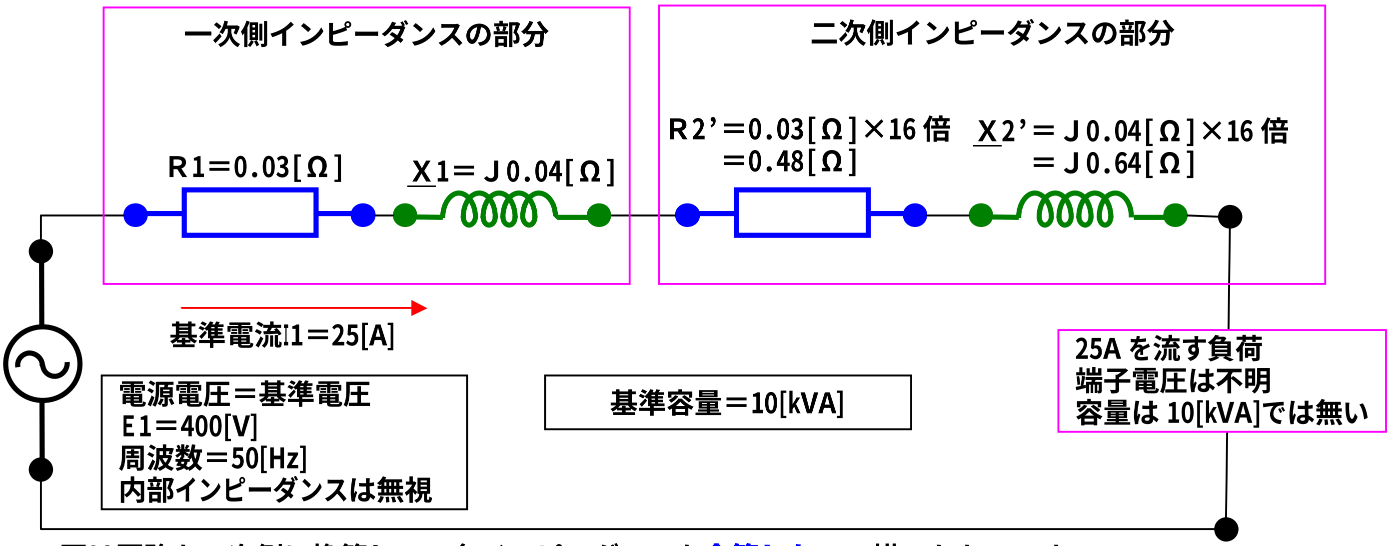
苦し紛れに行った計算が合っている。
何でこうなるの？と言う話を次ページに書きます。

鹿の骨印

問題１２及び１３の解説

下図を使って説明します。

図Ａ



この図は回路を一次側に換算して、各インピーダンスを**合算しないで**描いたものです。
又、電流値はパーセントインピーダンスを計算するときに使用する基準電流をそのまま使っています。
ここで、計算される電圧降下の値と電源電圧との比率が、そのままこの回路の各々の部分のパーセントインピーダンスになります。
では計算してみましょう。

一次側インピーダンスの部分の計算
この計算は問題１１で計算したものと全く同じです。結果のみを示します。
％Ｚ1＝％Ｒ1＋Ｊ％X1＝0.1875[％]＋Ｊ0.25[％]＝0.3125∠53.13 度[％]

二次側インピーダンスの部分の計算
基準電圧＝400[V]
基準電流＝25[A]（10[kVA]÷400[V]＝25[A]）

抵抗分に依る電圧降下＝Ｉ1Ｒ2’＝25[A]×0.48[Ω]＝12[V]
％Ｒ2’＝Ｉ1Ｒ2’÷基準電圧×100[％]＝12÷400×100＝**3.00[％]**　＜＝＝注目！！

リアクタンス分に依る電圧降下＝ＪＩ1Ｘ2’＝25[A]×Ｊ0.64[Ω]＝Ｊ16.00[V]
Ｊ％X2’＝ＪＩ1Ｘ2’÷基準電圧×100[％]＝Ｊ16.00÷400×100＝**Ｊ4.00[％]**　＜＝＝注目！！

％Ｚ2’＝％Ｒ2’＋Ｊ％Ｘ2’＝3.00[％]＋Ｊ4.00[％]＝**5.00∠53.13 度[％]**　＜＝＝注目！！

この回路は「一次側インピーダンスの部分」と「二次側インピーダンスの部分」が直列に接続された回路ですから、**全体の％Ｚは各々の値の合算値になります**。

％Ｚ＝％Ｚ1＋％Ｚ2’＝0.3125∠53.13 度[％]＋5.00∠53.13 度[％]＝5.3125∠53.13 度[％]
となりますので、一次側短絡電流Ｉs1 は
Ｉs1＝一次側の基準電流÷％Ｚ＝25[A]÷5.3125∠53.13 度[％]＝470.59∠53.13 度[A]
となります。（問題１０と同じ結果になる。）

つまり、**％Ｒ2＝％Ｒ2’、％Ｘ2＝％Ｘ2’、％Ｚ2＝％Ｚ2’**です。

二次側のパーセントインピーダンスの値はトランスの一次側に換算して計算しても、二次側でそのまま計算しても同じ値になります。
つまり、トランスがあっても無くても同じです。

何でこうなるの？**巻き数比は何処へ行ったの？**

問題１２及び１３の解説の続き（**最重要項目！**）

何やら不思議な計算結果になりました。
実計算を行った結果ですから、間違いは有りません。
しかし、納得がいかないと思います。

もう一度検証してみましょう。
二次側の各インピーダンス値と基準値を一次側に換算した各値との関係式は下記です。
Ｒ2’＝Ｒ2 の 16 倍
Ｘ2’＝Ｘ2 の 16 倍
Ｉ1＝Ｉ2 の 1/4 倍
Ｅ1＝Ｅ2 の 4 倍

定義式に則り、**二次側を一次側に換算したパーセント抵抗電圧（％Ｒ）の計算**は下記になります。
（％Ｒ2’の計算です。）
％Ｒ2’＝一次側基準電流×二次側の抵抗分を一次側に換算した値÷一次側の基準電圧×100[%]
　　　＝Ｉ1×Ｒ2’÷Ｅ1×100[%]
この式に上の関係式を代入すると下記になります。
　　　＝Ｉ2 の 1/4 倍×Ｒ2 の 16 倍÷Ｅ2 の 4 倍×100[%]　**＜＝巻き数比はキチンと計算されている！！**
　　　＝Ｉ2×Ｒ2÷Ｅ2×100[%]×**（1/4 倍×16 倍÷4 倍）**
　　　＝Ｉ2×Ｒ2÷Ｅ2×100[%]×**１倍**　**＜＝巻き数比を弄くり廻して最後には１倍になる！！**
　　　＝Ｉ2×Ｒ2÷Ｅ2×100[%]
　　　＝二次側の基準電流×二次側の抵抗値÷二次側の基準電圧×100[%]
　　　＝**％Ｒ2（二次側で計算したパーセント抵抗電圧）**

％Ｒ2’＝％Ｒ2 が証明されました。
と言うことで、二次側を一次側に換算して計算した結果と、二次側をそのまま計算した結果は、同じ値になります。
％Ｘの計算も同じ結果になりますし、％Ｚの計算も同じ結果になります。
又、一次側を二次側に換算した結果も同じです。
計算略（各自試みよ。）

この結果は**非常に重要**です。
パーセントインピーダンス法で計算すれば、短絡電流の計算では、途中にトランスが有っても無くても計算には関係が有りません。
つまり計算が楽な訳です。
ですから、一般的に短絡計算はパーセントインピーダンス法が用いられます。

しかし、疲れたねぇ〜・・・。

アタマの中はグルングルンだよ

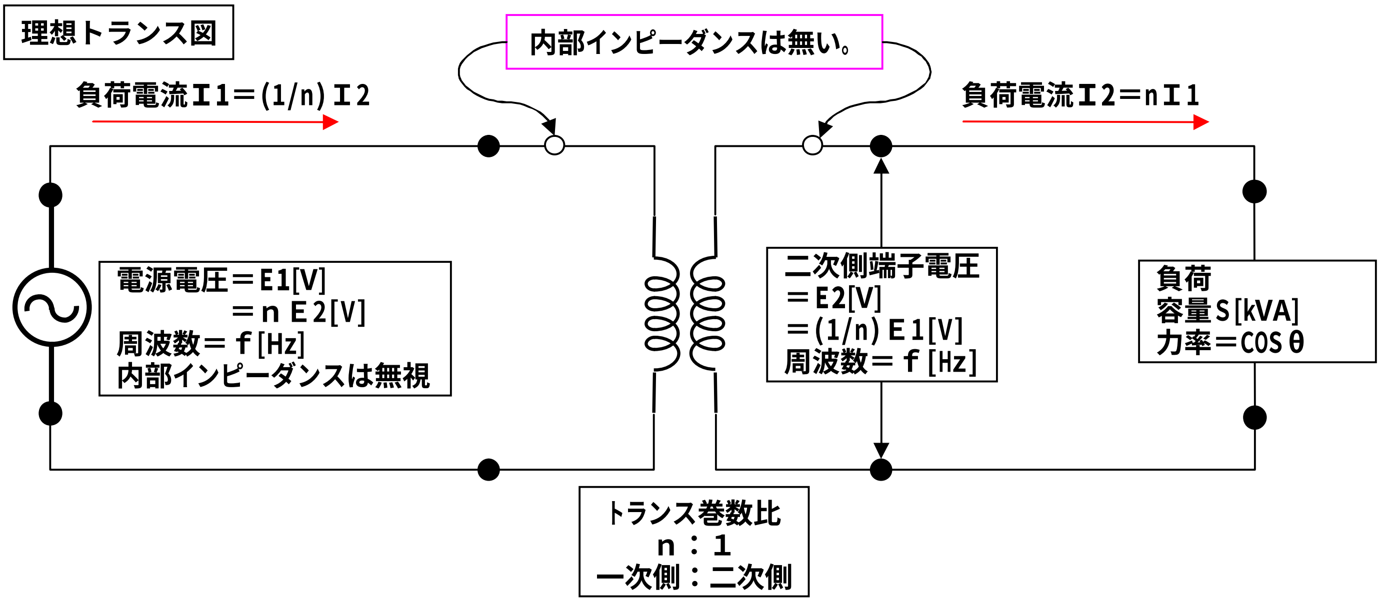
取り敢えずこれでオシマイ！

次のおまけも読んでね。

トランスのインピーダンス変換の話

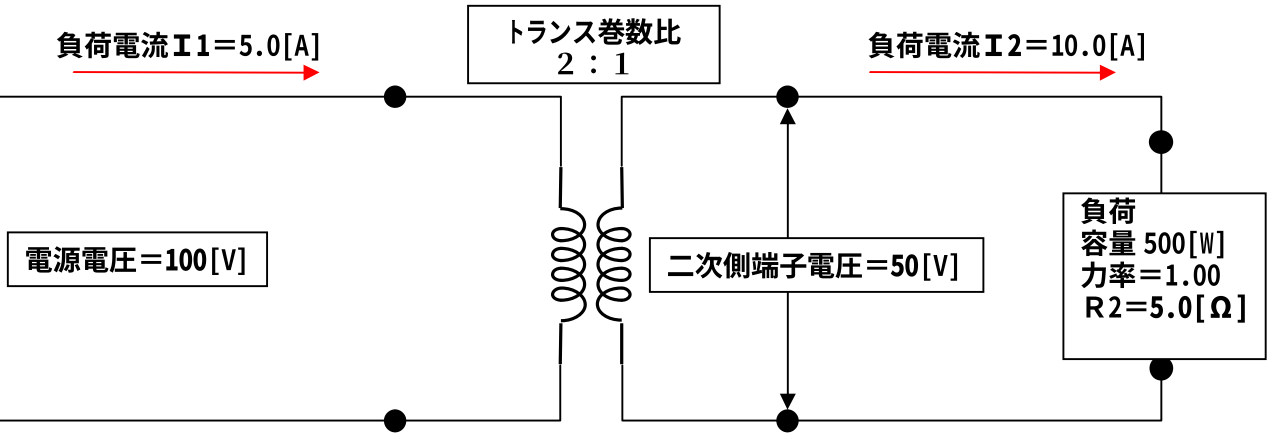
トランスの一次側を二次側に、或いは二次側を一次側に変換する場合の変換の仕方の話です。
此処で言うトランスは下記の様なものを示します。
この様なものを「**理想トランス**」と言います。

理想トランス図



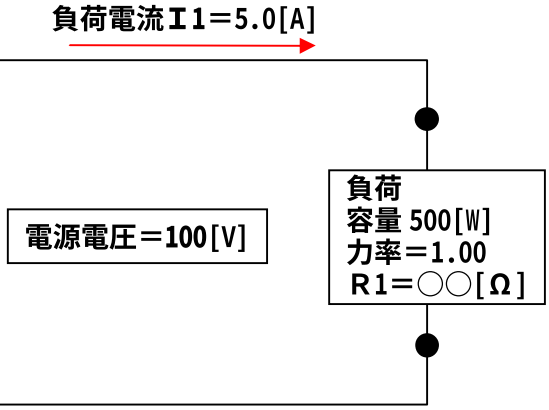
簡単に説明するために下記の様な回路を考えます。負荷が抵抗のみの回路です。

Ａ図



各数値は暗算で計算出来ると思います。
この負荷を一次側に換算すると下図になります。

Ｂ図

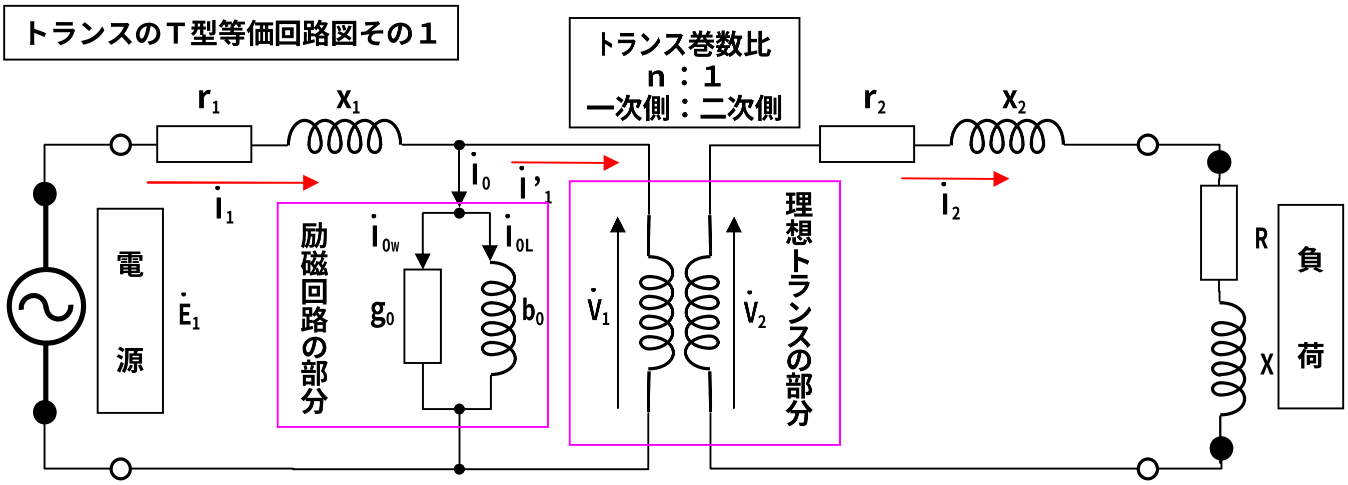


さて、この図で○○[Ω]の部分は幾つになるでしょうか？
二つの図で共通で無ければならないものは消費電力500[W]です。
Ｂ図に於いて、消費電力を示す式を立てます。
$W＝I1^2R1$
$500＝5.0^2R1$
$R1＝500÷5.0^2＝25[Ω]$
R1とR2を見比べると
R1はR2の４倍であることが解ります。
巻数比は「2」ですが、この倍数は「2^2」倍になっています。
つまり、二次側インピーダンスを一次側に変換する場合は、**巻数比の２乗倍**する必要が有ります。
一次側を二次側に変換する場合はこの逆で**１／巻数比の２乗倍**になります。
これで納得出来ない人は次ページ以降を根性で読むべし。

トランスのインピーダンス変換の話その２

トランスの等価回路は回の様になっています。

トランスのＴ型等価回路図その１

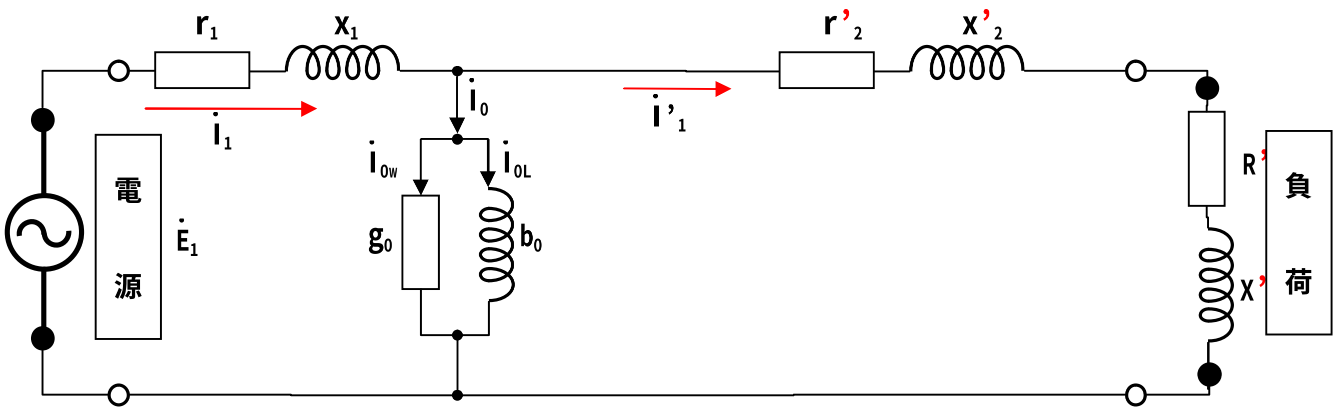


凡例

$\dot{E}_1$	電源電圧	x_1	一次巻線漏れリアクタンス
$\dot{I}_1$	一次電流　$=\dot{I}'_1+\dot{I}_0$	g_0	励磁コンダクタンス
$\dot{I}'_1$	一次負荷電流$=\dot{I}_2/n$	b_0	励磁サセプタンス
$\dot{I}_0$	励磁電流　$=\dot{I}_{0w}+\dot{I}_{0L}$	r_2	二次巻線抵抗
$\dot{I}_{0L}$	磁化電流	x_2	二次巻線漏れリアクタンス
$\dot{I}_{0w}$	鉄損電流	R	負荷抵抗
$\dot{I}_2$	二次電流＝負荷電流$=n\dot{I}'_1$	X	負荷リアクタンス
r_1	一次巻線抵抗	n	巻き数比（一次側÷二次側）
$\dot{V}_1$	一次誘導起電力	$\dot{V}_2$	二次誘導起電力

ナンジャコリャ・・と思ったアナタは普通です。
こんな複雑怪奇な回路を普通に扱うことは普段はありません。余り細かい所は気にしないで下さい。
さて、この回路の二次側を一次側に換算すると下図になります。

トランスのＴ型等価回路図その２

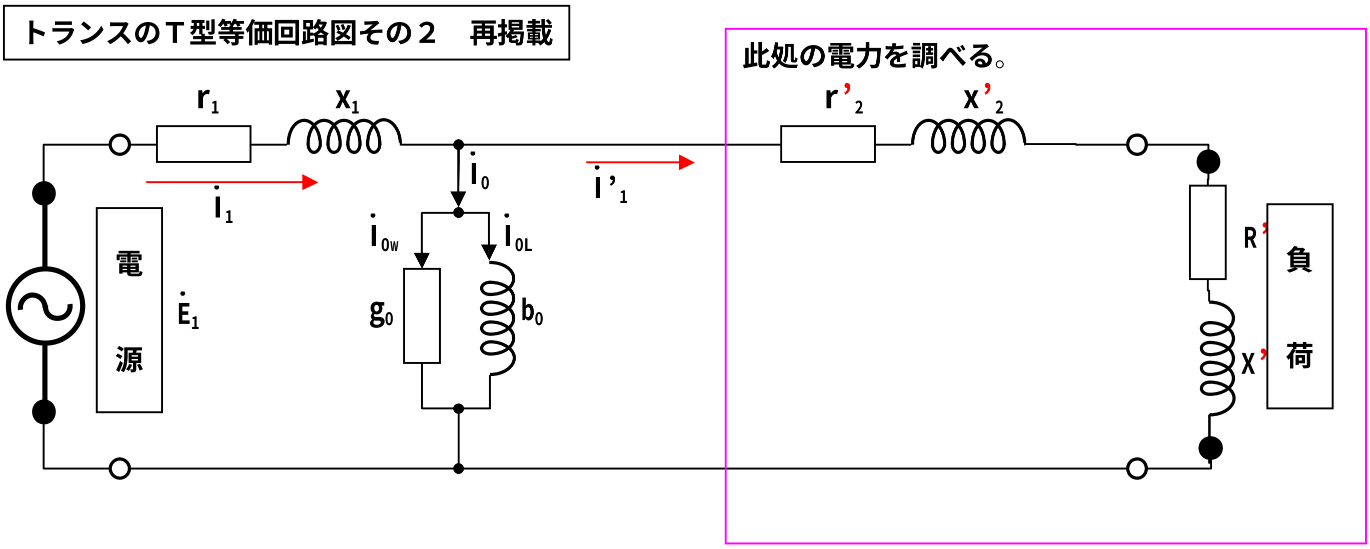


二次側の巻線抵抗、漏れリアクタンス、負荷抵抗、負荷リアクタンスを一次側に換算しました。
各々「’」を付けてあります。
この「’」が付いた値と元々の値の関係を調べれば良いわけです。
尚、負荷電流は一次側の負荷電流がそのまま流れますから同じ値になります。

鹿の骨印

トランスのインピーダンス変換の話その２の続き

トランスのＴ型等価回路図その２　再掲載



上記の図は前ページの図を再掲載したものです。
この図□で囲んだ部分の電力（ベクトル値）を調べます。

電力を表す式は下記になります。

$\dot{S}' = P' + JQ'$

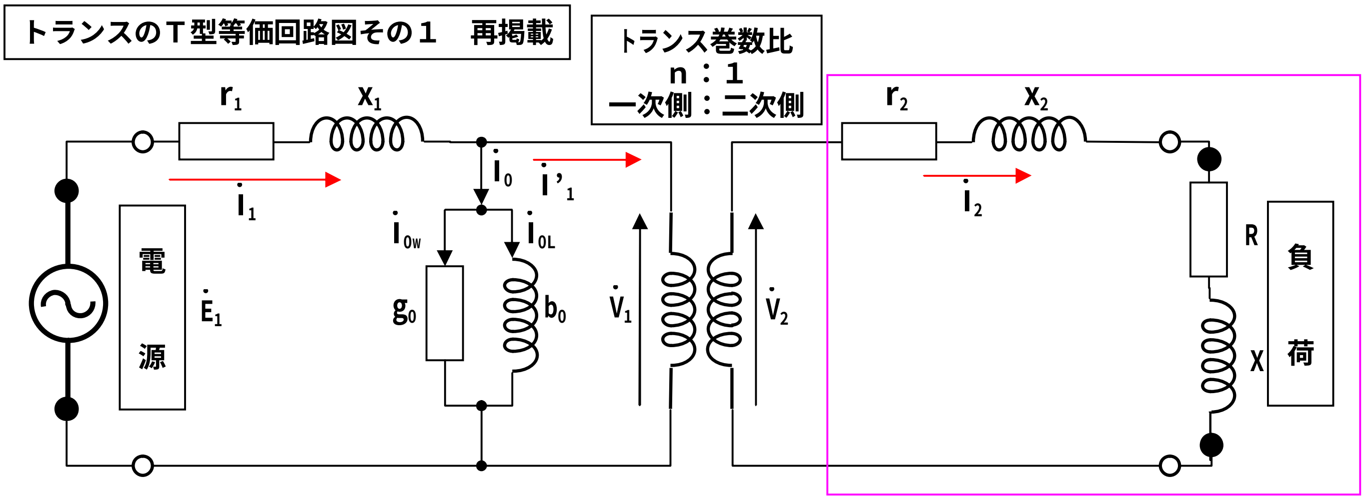
$= |\dot{I}'_1|^2 \times$ □のインピーダンスのバー　<＝＝どうしてこの式になるかは次ページに解説があります。

$= I'^2_1 \cdot \{(r'_2 - Jx'_2) + (R' - JX')\}$

$= I'^2_1 \cdot \{(r'_2 + R') - J(x'_2 + X')\}$　－－－　①式

このベクトル値 $\dot{S}' = P' + JQ'$ は下記の回路の□の部分と同じ値にならなければ、辻褄が合わなくなります。

トランスのＴ型等価回路図その１　再掲載



同様にこの図□で囲んだ部分の電力（ベクトル値）を調べます。

電力を表す式は下記になります。

$\dot{S} = P + JQ$

$= |\dot{I}_2|^2 \cdot$ (□のインピーダンスのバー)

$= I_2^2 \cdot \{(r_2 - Jx_2) + (R - JX)\}$

$= I_2^2 \cdot \{(r_2 + R) - J(x_2 + X)\}$　－－－　②式

①式と②式が同じ値を取らなければ、この等価回路はインチキになってしまいます。

鹿の骨印

トランスのインピーダンス変換の話その２の続き２

①式と②式が同じ値だと言うことは、①式と②式を等号で結ぶ事ができる事を意味します。
①式＝②式
$\dot{S}'=\dot{S}$
$P'+JQ'=P+JQ$
$I'^{2}_{1}\cdot\{(r'_2+R')-J(x'_2+X')\}=I_2^2\cdot\{(r_2+R)-J(x_2+X)\}$
上記の式で、左辺の実数部＝右辺の実数部、左辺の虚数部＝右辺の虚数部が成立します。
従って、蒸気式を分解して下記の２式を得ます。
$I'^{2}_{1}\cdot(r'_2+R')=I_2^2\cdot(r_2+R)$ －－－ ③式
$I'^{2}_{1}\cdot(x'_2+X')=I_2^2\cdot(x_2+X)$ －－－ ④式

③式を先に解析します。
I'_1 と I_2 は、理想トランスの一次側の電流と二次側の電流ですから次の関係があります。
$I_2=I'_1$ のｎ倍
これを③式に代入すると、
$I'^{2}_{1}\cdot(r'_2+R')=(I'_1\text{ の n 倍})^2\cdot(r_2+R)$
$I'^{2}_{1}\cdot(r'_2+R')=I'^{2}_{1}$ の・ n^2 倍・(r_2+R)
両辺から共通の I'^{2}_{1} を削除すると
$(r'_2+R')=n^2$ 倍・(r_2+R)
$r'_2+R'=r_2$ の n^2 倍＋R の n^2 倍
この式は、「**二次側を一次側に変換するときは、インピーダンスの値を巻き数比の２乗倍する。**」ことを意味します。
リアクタンスの場合も全く同じです。（④式を変形。各自試みよ。）

説明終わり

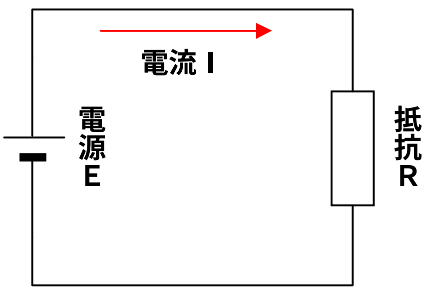
電力のベクトル値の求め方

次は電力を求める計算式の説明です。
電力のベクトル＝有効電力＋Ｊ無効電力　の式は皆様ご存じだと思います。
$\dot{S}=P+JQ=EI(\cos$ 力率角＋J SIN 力率角)
（力率角＞０の時は進相無効電力、力率角＜０の時は遅相無効電力、力率角＝０の時は無効電力＝０）
どうしてこの様な式になるかは次の理由に依ります。

なるからなる！これ以上は聞くな！

電力をベクトルで表した場合の式は下記の様に参考書等には書いてあります。
皮相電力 $\dot{S}$ ＝有効電力Ｐ＋無効電力ＪＱ（Ｑが正の値の場合は進相無効電力、負の値の場合は遅相無効電力）
この式をどうやって求めるかの話です。

話の初めとして、まず直流の場合から話を始めます。
下図の様な回路の有効電力（＝消費電力）を考えます。



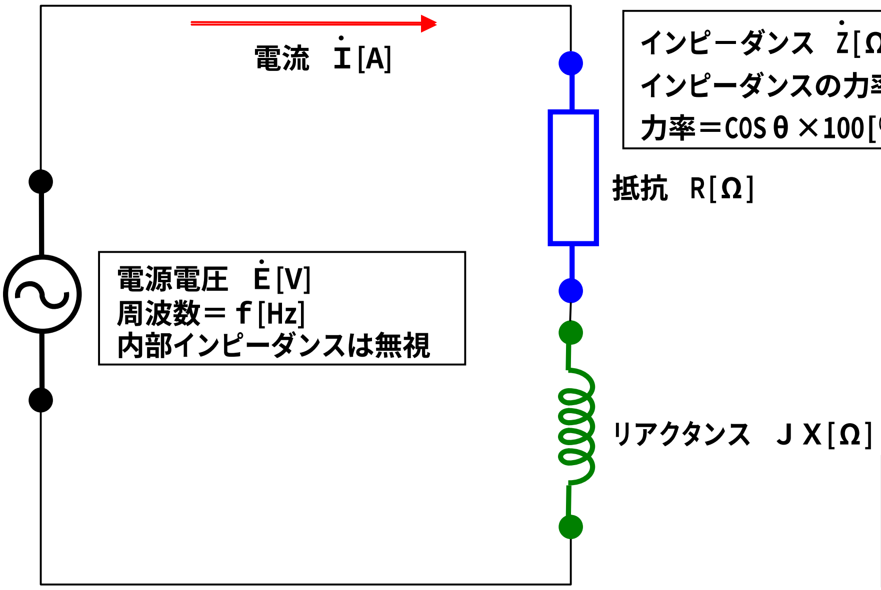
この回路の回路の方程式はＥ＝ＩＲです。（オームの法則のまんま！）
電力＝ＥＩ＝I^2Ｒです。（いくら何でもこれがワカランとは言うなよ！）

実はこの関係式は交流の場合でも当てはまります。　次ページに移る

電力のベクトル値の求め方２

交流の場合でも当てはまります、と言うことで、次の様な回路を考えます。
基本的な交流回路です。
インピーダンスは抵抗とインダクタンスの組み合わせです。
つまりこのインピーダンスのリアクタンスは遅れです。

図ＲＳＴ－１

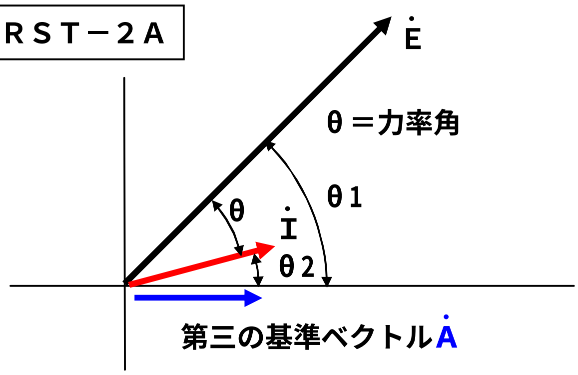


インピーダンス　$\dot{Z}$[Ω]＝R＋ＪＸ[Ω]
インピーダンスの力率角θ＝$\tan^{-1}$Ｘ/Ｒ[度又は rad]
力率＝COSθ×100[%]

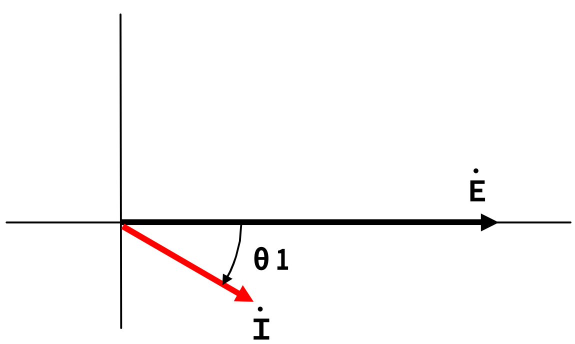
$\tan^{-1}$は角度を求める関数です。
tanθ＝Ｘ/Ｒの時に、
$\tan^{-1}$Ｘ/Ｒ＝θとなります。

この回路の方程式は　$\dot{E}=\dot{I}\dot{Z}$　です。（交流のオームの法則。）
直流のオームの法則ともの凄く似ています。違いは、直流の場合はスカラー式でしたが、交流の場合はベクトル式になることです。
ここで電力を求める式を考えます。
直流で電力＝ＥＩでしたから、単純に考えて交流の場合で次の式を立てます。
$\dot{S}=\dot{E}\dot{I}$　＜＝実はこの式は間違いです。
電力＝電圧×電流（但し、ベクトル式）と言う式です。
この計算を行うと、どの様な値が導き出されるのでしょうか？
下図の様な、ベクトル図を考えます。

図ＲＳＴ－２Ａ



図ＲＳＴ－２Ｂ



図ＲＳＴ－２Ａはかなり変則のベクトル図です。普通は図ＲＳＴ－２Ｂで書きます。
しかし、今回は説明の都合上、図ＲＳＴ－２Ａで説明を行います。

電力のベクトル値の求め方３

早速$\dot{S}=\dot{E}\dot{I}$の計算をやってみましょう。

$\dot{S}=\dot{E}\dot{I}$

$=E\angle\theta 1\cdot I\angle\theta 2$

$=EI\angle(\theta 1+\theta 2)$

$=EI[\cos(\theta 1+\theta 2)+J\sin(\theta 1+\theta 2)]$　＜＝＝明らかにこの式はオカシイ。

$\dot{S}=EI(\cos\theta-J\sin\theta)$が正解の式ですが、どう見ても上の計算は間違っています。

そこで、今度は次の式を立てます。

$\dot{S}=\dot{E}(バー)\dot{I}$　＜＝＝$\dot{E}$(バー)は$\dot{E}$の共役ベクトル

$=E\angle(-\theta 1)\cdot I\angle\theta 2$

$=EI\angle(\theta 2-\theta 1)$

$=EI[\cos(\theta 2-\theta 1)+J\sin(\theta 2-\theta 1)]$

$=EI[\cos(-\theta)+J\sin(-\theta)]$

$=EI(\cos\theta-J\sin\theta)$

これで正解になります。つまり下記の式になります。

電力(ドット)＝電圧(バー)・電流(ドット)

参考書では電力(ドット)＝電圧（ドット）・電流（バー）の式で説明しているものもありますが、此処では割愛します。

さて今度は上の式を変形します。

$\dot{S}=\dot{E}(バー)\dot{I}$

$\dot{E}=\dot{I}\dot{Z}$ですからこれを代入します。

$\dot{S}=(\dot{I}\dot{Z}のバー)\dot{I}$

$=(\dot{I}のバー)\cdot(\dot{Z}のバー)\cdot\dot{I}$

$=(\dot{I}のバー)\cdot\{(R+JX)のバー\}\cdot\dot{I}$

$=|\dot{I}|^2\cdot\{(R+JX)のバー\}$　＜＝＝$(\dot{I}のバー)\cdot\dot{I}=|\dot{I}|^2$

$=I^2\cdot(R-JX)$

$=I^2R-JI^2X$

つまり下記の式になります。

電力(ドット)＝電流の絶対値の２乗×インピーダンスのバー

$\dot{S}=P+JQ=I^2\cdot\dot{Z}(バー)$

尚下記の記述も参考にして下さい。

(ベクトル・ベクトル)のバー＝(ベクトルのバー)・(ベクトルのバー)

であることの証明です。

$\dot{R}=a+Jb$、$\dot{S}=c+Jd$　とすると

$\dot{R}\cdot\dot{S}=(a+Jb)\cdot(c+Jd)$

$=(ac-bd)+J(bc+ad)$

$\therefore(\dot{R}\cdot\dot{S}のバー)=\{(ac-bd)+J(bc+ad)のバー\}$

$=\{(ac-bd)-J(bc+ad)\}$　－－－　①式

$(\dot{R}のバー)\cdot(\dot{S}のバー)=(a-Jb)\cdot(c-Jd)$

$=(ac-bd)-J(bc+ad)$　－－－　②式

①式＝②式

$\therefore(\dot{R}\cdot\dot{S}のバー)=(\dot{R}のバー)\cdot(\dot{S}のバー)$

鹿の骨印

本日の講義はこれでオシマイ。