

三相の誘導電動機をスターデルタ始動した場合の電流の話です。  
 皆様ご承知の様に、スターデルタ始動はよく用いられる始動方法です。  
 この始動方式を用いた場合の、始動電流及び始動トルクの関係は次の様に説明されています。

**説明その1**

始動電流は全電圧始動の  $1/3$  になり、始動トルクは  $1/3$  になる。

**説明その2**

始動電流は全電圧始動の  $1/3$  になり、始動トルクは  $1/3$  になる。

一つの事項に対する説明が2種類ある場合、次の事が言えます。

**片方が間違っている。又は両方間違っている。**

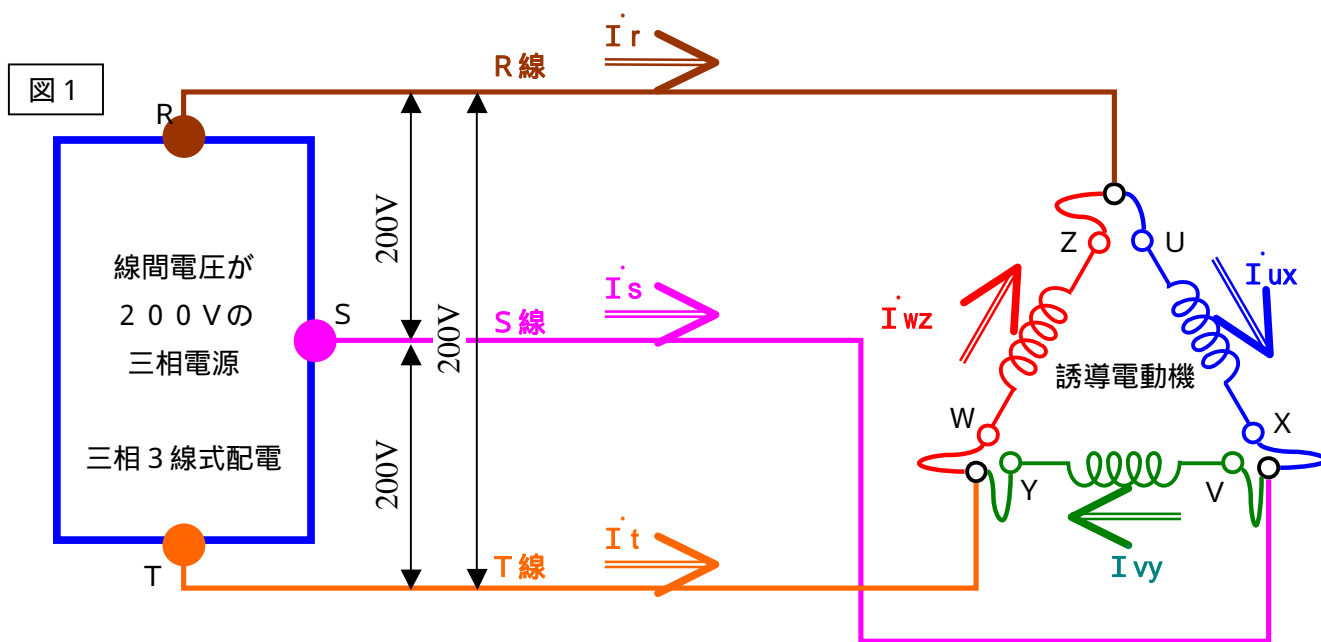
結論を先に書きます。

**説明その1 < == 正しい。**

**説明その2 < == 間違い。**

結構権威のある解説書などにも、この間違った記載があります。  
 何処でどう間違えたかは良く知りませんが、間違いは間違いです。

まず、基本回路ですが下図の様な回路で考えます。



この回路で  $\dot{I}_r$ 、 $\dot{I}_s$ 、 $\dot{I}_t$  は配線に流れる電流、 $\dot{I}_{ux}$ 、 $\dot{I}_{vy}$ 、 $\dot{I}_{wz}$  は誘導電動機のコイルに流れる電流です。  
 この電流の大きさの関係は下記になります。

$$|\dot{I}_r| = |\dot{I}_s| = |\dot{I}_t| = 3 \times |\dot{I}_{ux}| = 3 \times |\dot{I}_{vy}| = 3 \times |\dot{I}_{wz}| \quad \dots \quad \text{式}$$

つまり、線電流は巻線電流の 3 倍の電流が流れます。

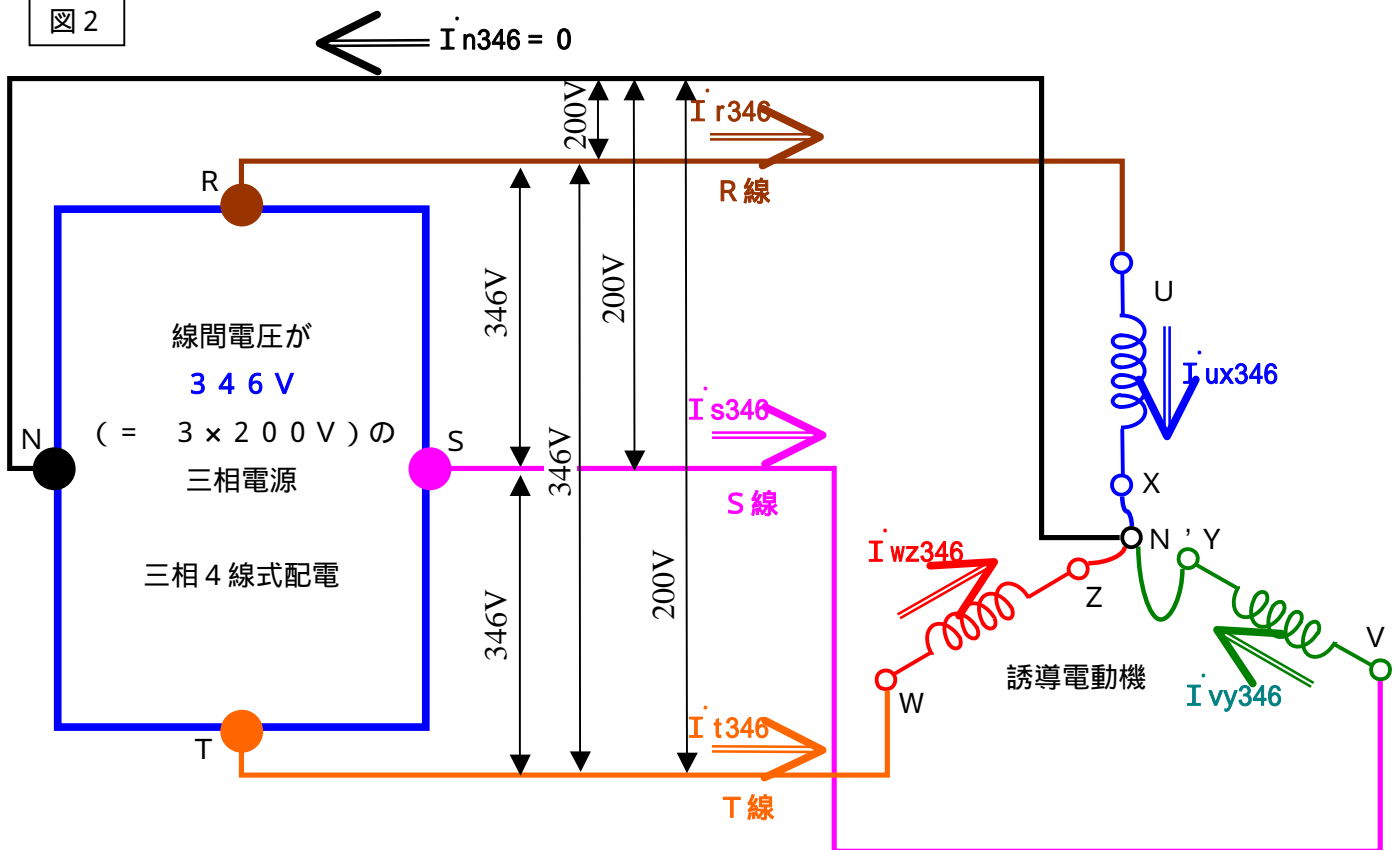
ベクトル演算式は取り敢えず忘れて頂いて結構です。

電流値の大きさのみの比較です。

どうしてこうなるかは、「なるからなる。」としてください。

次に下記のような回路を考えます。

図2



何やら奇怪な回路図ですが、この回路は、誘導電動機の巻線を から Y に組み直し、電源線間電圧を 3 倍にしたものです。

N 相の電流は 0 (ゼロ) になります。

N 線は有っても無くても同じですが、取り敢えず書いておきました。

実際には線間電圧が 346V の電圧は商用電源には有りません。

有りませんが、作ったらこうなるという事を考えます。

上図の場合、線電流と巻線電流は次の関係式になります。

$$|I_{r346}| = |I_{s346}| = |I_{t346}| = |I_{ux346}| = |I_{vy346}| = |I_{wz346}| \quad \dots \quad \text{式}$$

つまり電流値の値は全部同じです。

又、N 点 (中性点) と U 点、V 点、W 点間の電圧は 200V です。

N 点は X、Y、Z 点と電氣的に接続されています。(スター結線だから当たり前の話。)

従って、U ~ X、V ~ Y、W ~ Z 間に印加される電圧は 200V です。

ここで、2 つの回路 (図 1 及び図 2) の電動機の出力を考えます。

コイルの組み方を変えて、線間電圧を変えた。

図 1 の場合の出力を P [kW] とすると、図 2 の出力は・・・次の内のどれか？

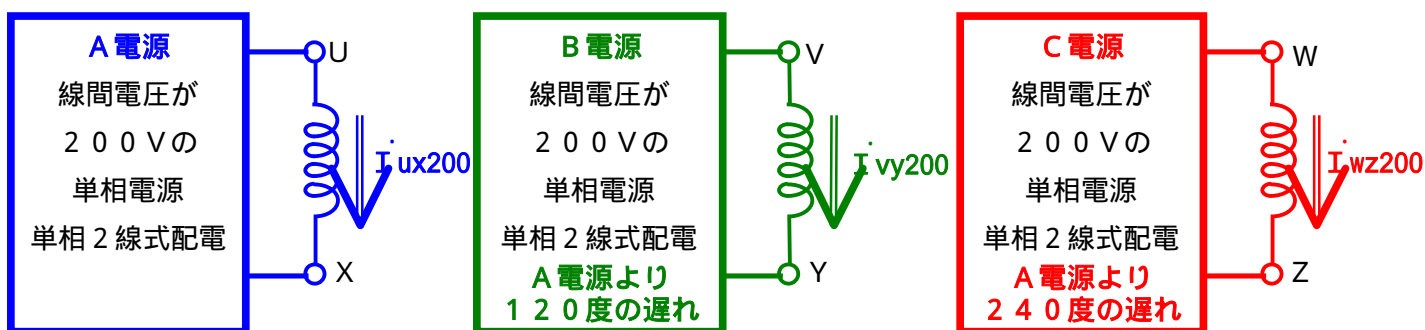
- (1) P [kW] で同じ。
- (2) 3 × P [kW] になる。
- (3) 3 × P [kW] になる。
- (4) P / 3 [kW] になる。
- (5) P / 3 [kW] になる。

正解は (1) です。

どうして、こうなるかを次ページで説明します。

説明の為に次の様な回路を考えます。

図3



またまた、奇怪な回路図です。  
 この回路図は、誘導電動機の巻線をバラバラにして、各々に別々の単相電源を印加したものです。  
 電源の電圧は全部同じで、200Vです。  
 電圧位相はそれぞれ120度の位相です。  
 つまり三相交流と同じです。  
 巻線の特性は全部同じですので、次の関係式が成り立ちます。

$$|I_{ux200}| = |I_{vy200}| = |I_{wz200}|$$

つまり電流値は全部同じ大きさになります。  
 これで、誘導電動機は回るか？  
 ご心配無く。ちゃんと回ります。

では、この回路は、図1に当てはまるものでしょうか？それとも図2に当てはまるものでしょうか？  
**この図(図3)は図1と図2両方に当てはまります。**

巻線コイル側から見ると、端子間に印加された電圧は、図1、図2、図3総て同じで200Vです。  
 電源回路の線間電圧がどうなっていようと関係有りません。  
 120度ずれた電圧200Vが6つの端子(UV、WX、YZ)にそれぞれ印加されれば、それで良い訳です。

従って、コイルに流れる電流は、図1、図2、図3で総て同じ電流になります。  
 つまり  $|I_{ux}| = |I_{vy}| = |I_{wz}| = |I_{ux200}| = |I_{vy200}| = |I_{wz200}| = |I_{ux346}| = |I_{vy346}| = |I_{wz346}|$   
 - - - 式  
 になります。

コイルに流れる電流が全部同じ、コイルに印加された電圧が全部同じ、つまり、出力は全部同じでP[kW]になります。(図1、図2、図3に共通。)

次に、図1と図2の線電流を比べます。

式を持ってきます。

$$|I_r| = |I_s| = |I_t| = 3 \times |I_{ux}| = 3 \times |I_{vy}| = 3 \times |I_{wz}| \quad \text{- - - 式}$$

式を持って来ます。

$$|I_{r346}| = |I_{s346}| = |I_{t346}| = |I_{ux346}| = |I_{vy346}| = |I_{wz346}| \quad \text{- - - 式}$$

式を見て、式の値を式に代入すると下記の式を得ます。

$$|I_r| = |I_s| = |I_t| = 3 |I_{r346}| = 3 \times |I_{s346}| = 3 \times |I_{t346}|$$

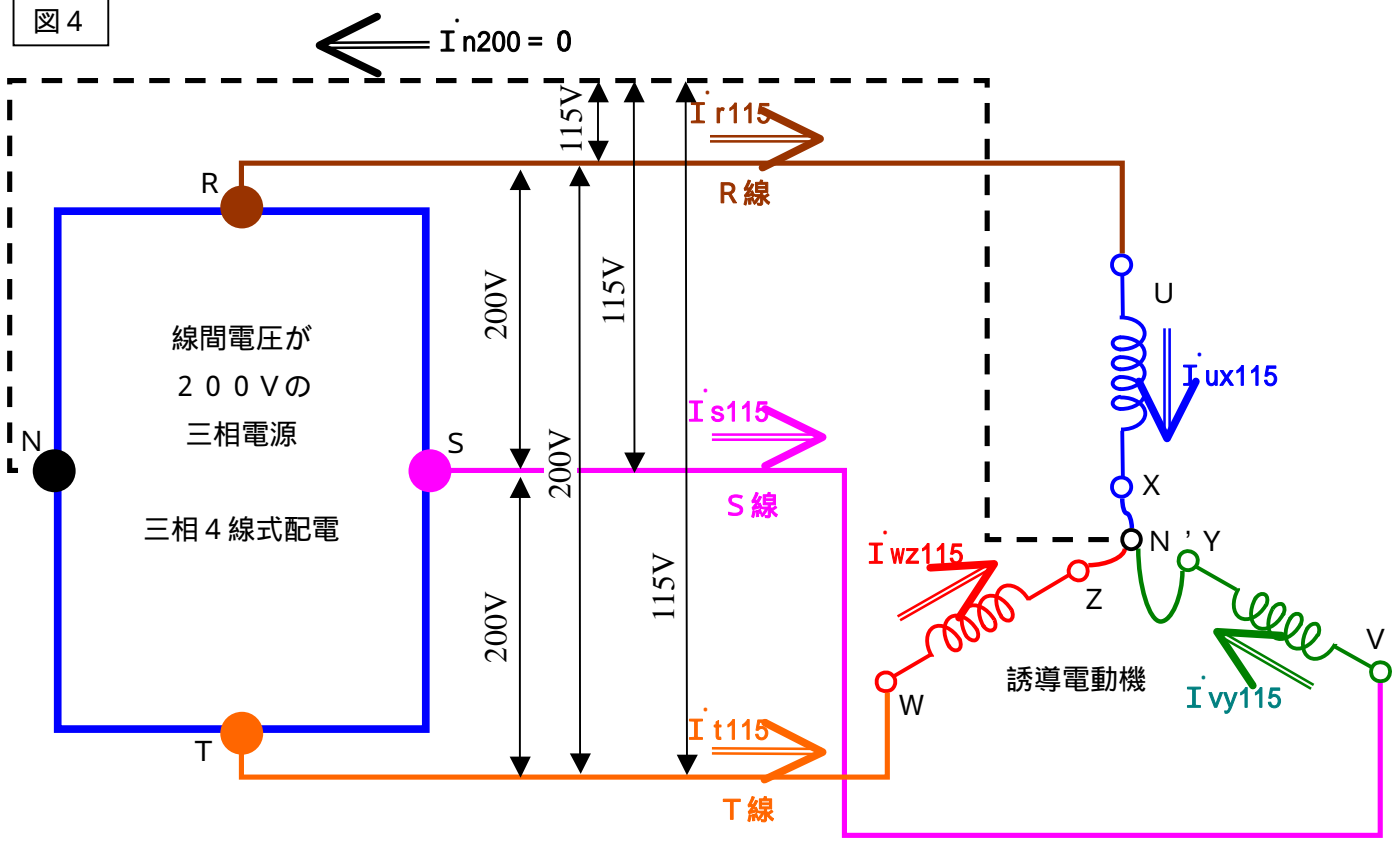
図1の線電流は、図2の線電流の3倍です。

言い換えると、図2の線電流は、図1の1/3倍です。

**図1に対して、図2は線間電圧を3倍しましたが、線電流は1/3倍になった訳です。**

今度は、図2の線間電圧を下げます。

図4



この図は、線間電圧を図2に対して1 / 3倍にしたものです。  
この図と、図2を比較します。

図から解るとおり、

$$|I_{r115}| = |I_{s115}| = |I_{t115}| = |I_{ux115}| = |I_{vy115}| = |I_{wz115}| \quad \dots \quad \text{式}$$

になります。

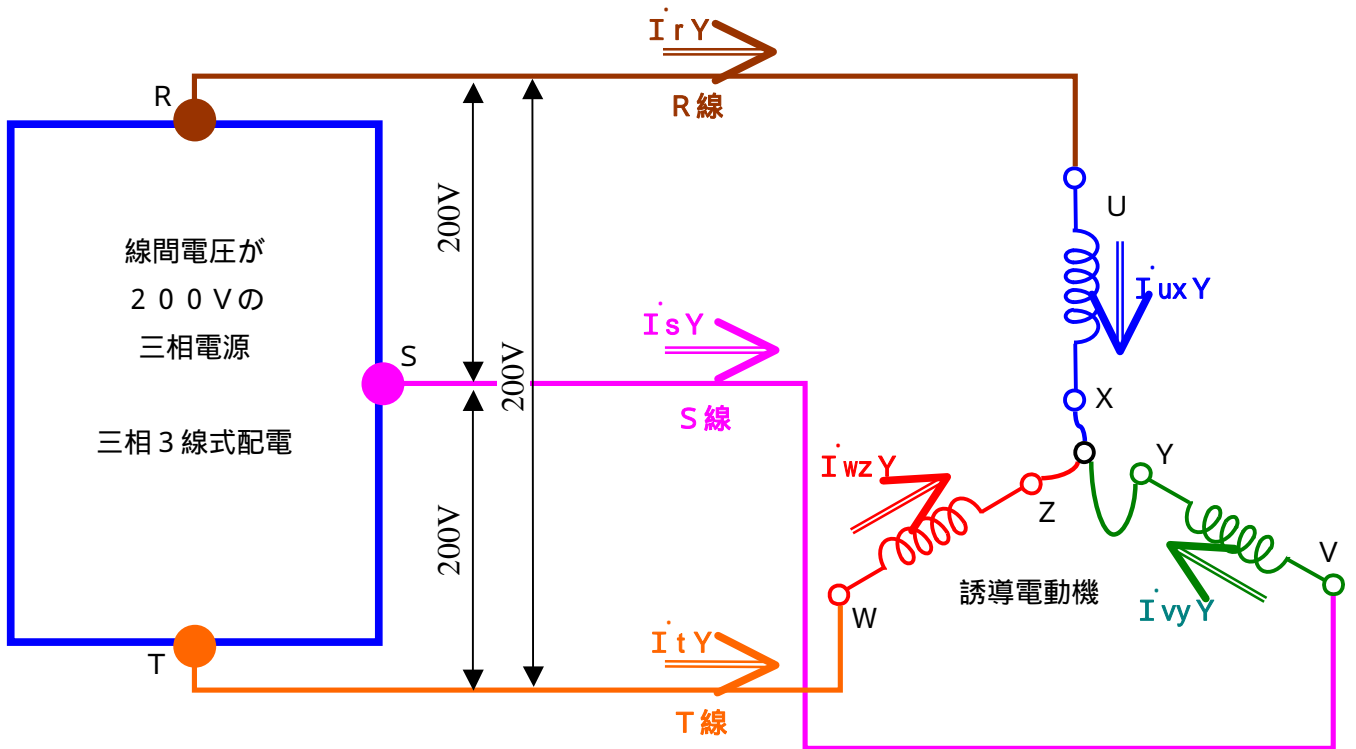
負荷のインピーダンスは変わりませんので、線間電圧を1 / 3倍にすれば、線電流は自動的に1 / 3倍になります。

(消費電力は1 / 3になる。消費電力は電圧の2乗に比例。)  
つまり、図4の線電流は図2の線電流 × 1 / 3倍になります。

図2の線電流は図1の線電流 × 1 / 3倍でしたから、  
図4の線電流は図1の線電流 × 1 / 3倍になります。

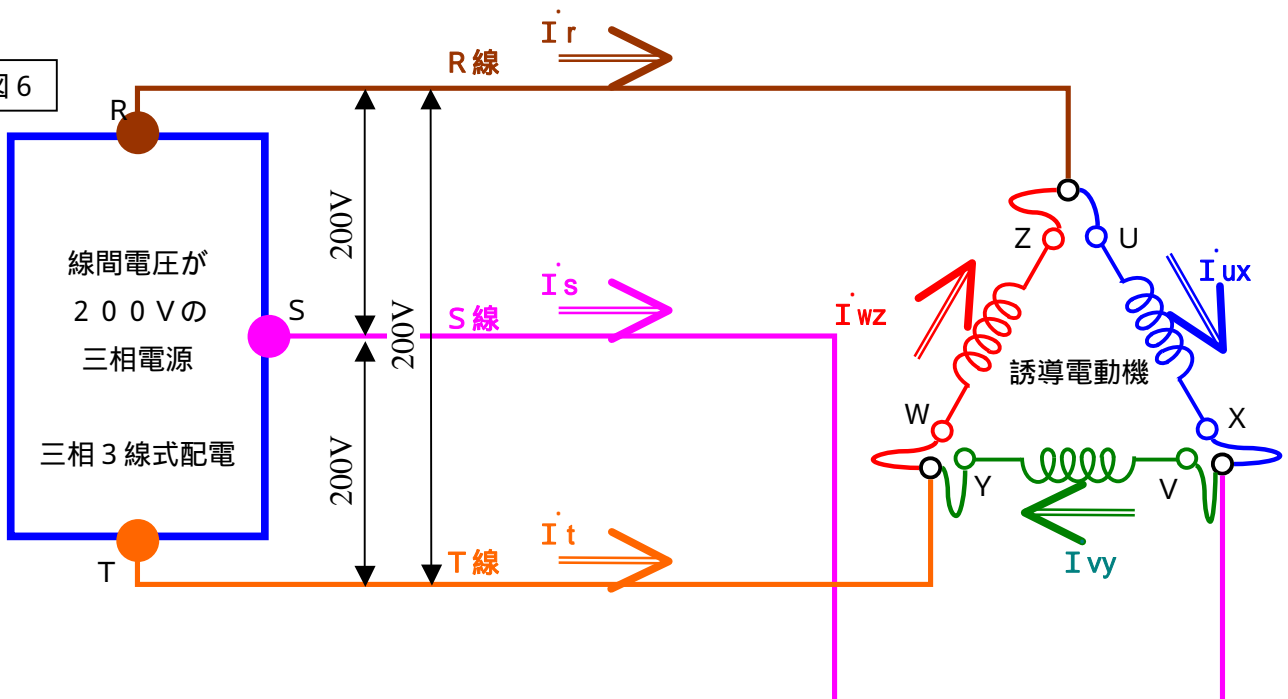
図4からN線を撤去します。  
そうすると、この図は、スターデルタ始動のスター時の結線になります。  
次ページ参照。

図5



つまり、スター結線時の線電流は、デルタ結線時の線電流の1/3になります。  
下記に 結線時の場合を記載します。

図6



$|\dot{I}_{rY}| = |\dot{I}_r| / 3$  です。

図6は普通に接続した場合の図です。  
 電源の線間電圧は200V、誘導電動機巻線の結線はデルタです。

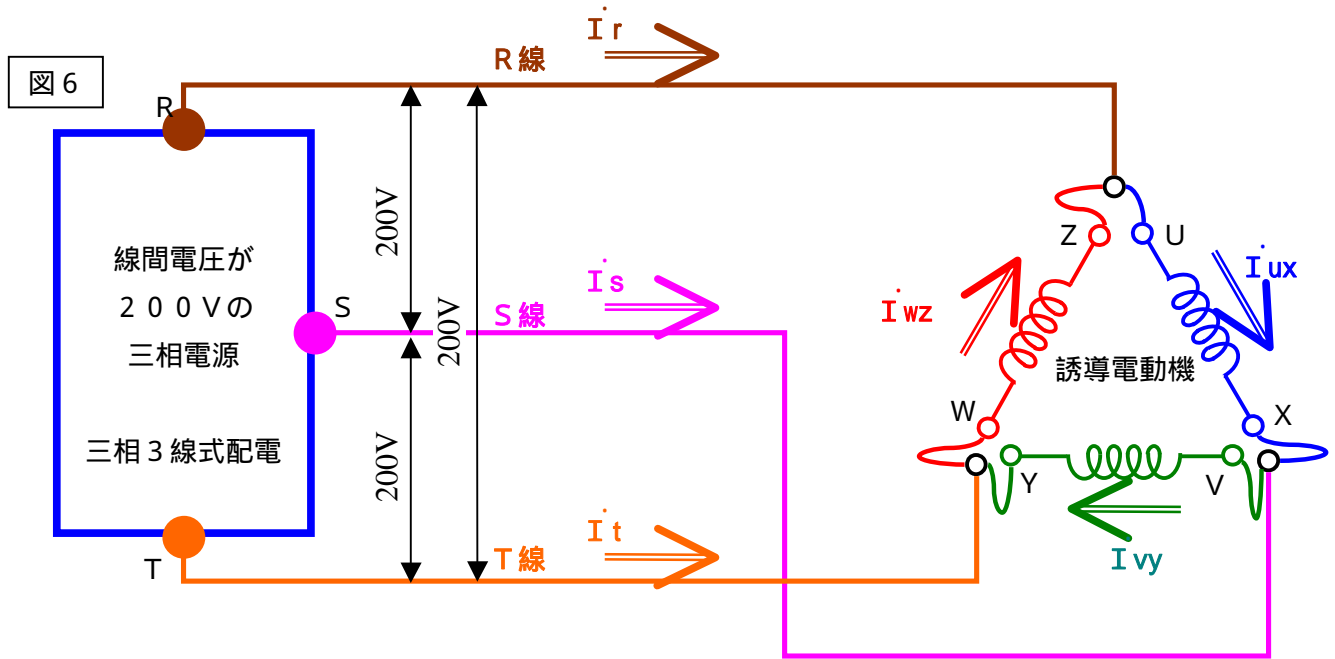


図3は怪しげな結線図です。

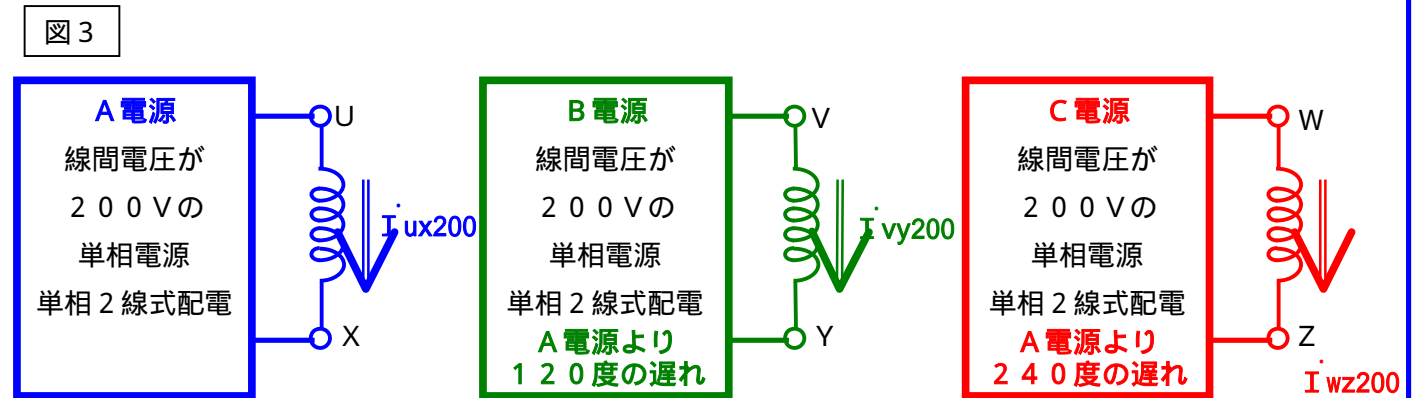
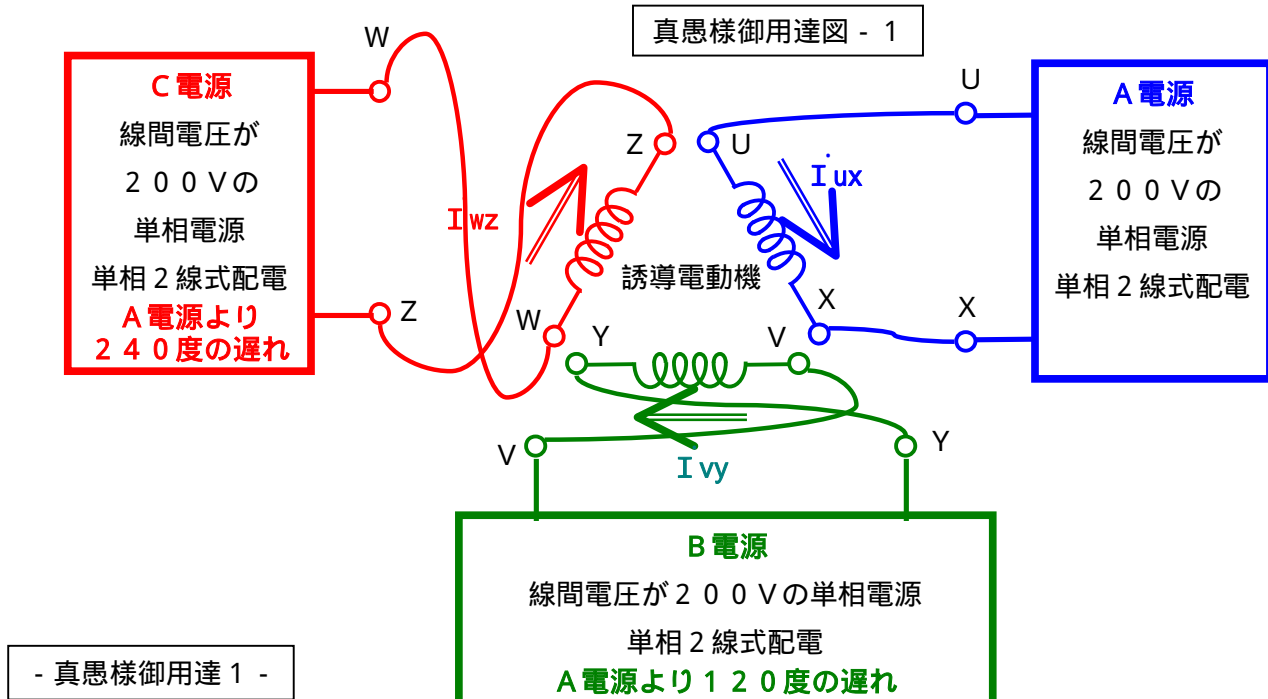
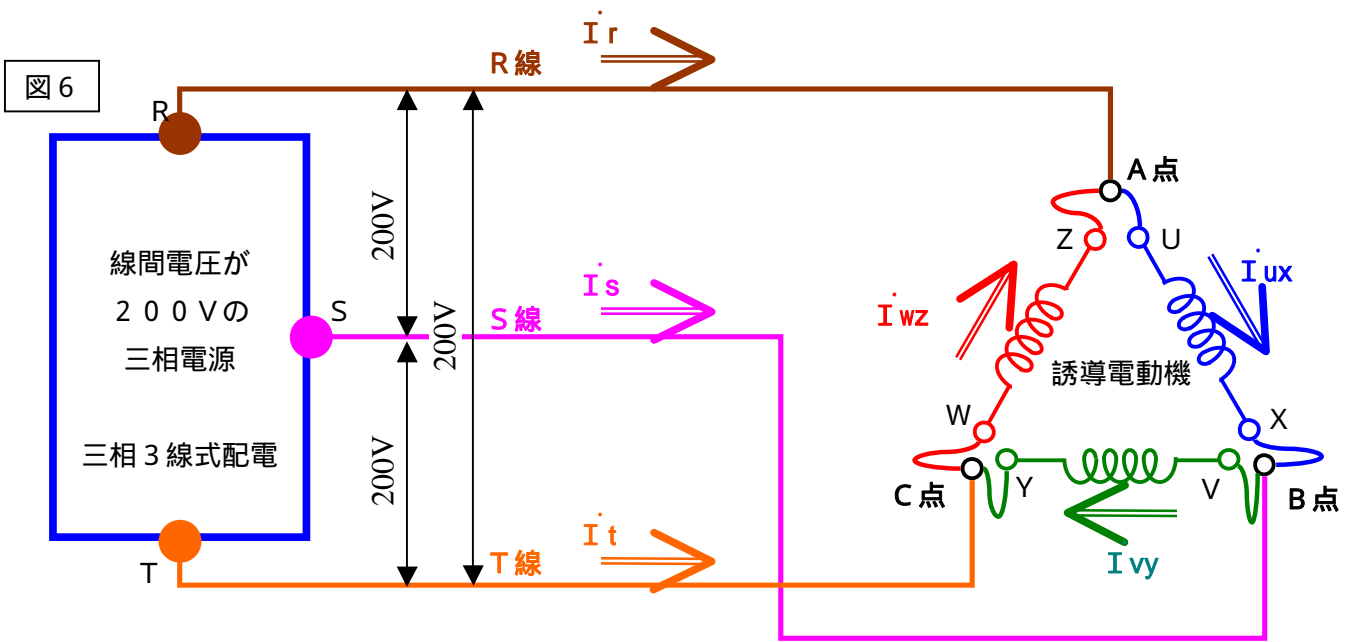


図3を下記のように書くと解って貰えるかも？



デルタに接続した場合の巻き線電流の算出方法です。  
 巻線電流は線電流の 1 / 3 倍になります。これを証明します。  
 前ページの図 6 を使って説明します。



A 点に注目してキルヒホッフの原理を導入し、流入する電流をプラス、流出する電流をマイナスとすると下記の方程式が得られます。

$$\dot{I}_r + \dot{I}_{wz} - \dot{I}_{ux} = 0$$

これを変形して  $\dot{I}_r =$  の式に書き換えると下記になります。

$$\dot{I}_r = \dot{I}_{ux} - \dot{I}_{wz} \quad \text{--- 式}$$

同様に B 点、C 点に注目して下記の等式を得ます。

$$\dot{I}_s = \dot{I}_{vy} - \dot{I}_{ux} \quad \text{--- 式}$$

$$\dot{I}_t = \dot{I}_{wz} - \dot{I}_{vy} \quad \text{--- 式}$$

このままでは当然の話としてこの方程式は解けません。

(変数が 6 個有って、関係式が 3 個しか無い。従って絶対に解けない。)

ここで出来るだけ計算を簡略化して、解答を導き出す事を考えます。

線電流  $\dot{I}_r$  を見て、 $|\dot{I}_r| = I$  と置きます。

同様に  $\dot{I}_s$  及び  $\dot{I}_t$  も  $|\dot{I}_s| = I$ 、 $|\dot{I}_t| = I$  と置きます。(電流の絶対値は全部同じ。)

ここで、 $\dot{I}_r$  を基準ベクトルとすると、上記の式 ~ は次のように変形できます。

$$I \angle 0^\circ = \dot{I}_{ux} - \dot{I}_{wz} \quad \text{--- 式}$$

$$I \angle -120^\circ = \dot{I}_{vy} - \dot{I}_{ux} \quad \text{--- 式}$$

$$I \angle -240^\circ = \dot{I}_{wz} - \dot{I}_{vy} \quad \text{--- 式}$$

さらにこの式をベクトルオペレータを使って変形します。

ベクトルオペレータとは  $120^\circ$  ずつ位相のずれたベクトルを扱う時に使用する複素数です。

次ページに解説を記載します。

ベクトルオペレータを と書きます。

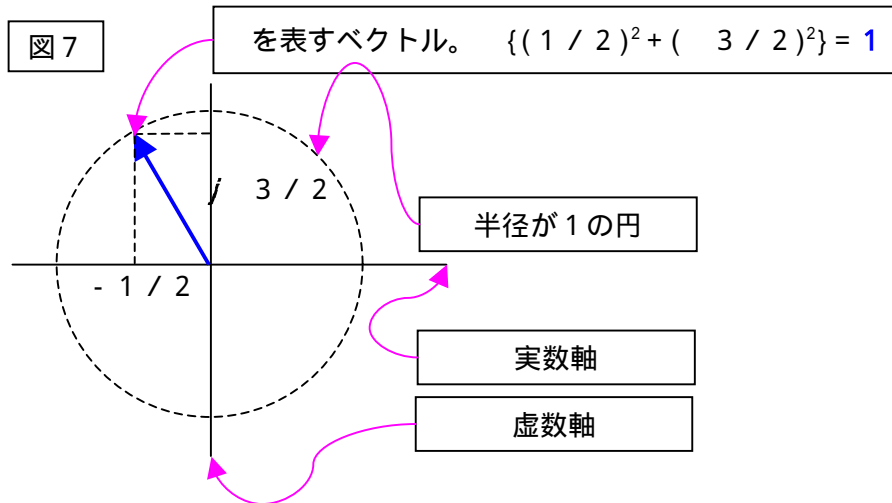
$$= -1/2 + j 3/2 \text{ という複素数です。}$$

これは下図の値を持つ長さが1のベクトルです。

つまり、 $1 \angle 120^\circ$  (長さが1、角度が120度)と等価です。

又、 $1 \angle 120^\circ$  は  $1 \angle -240^\circ$  と等しくなりますので、 は下記のように書けます。

$$= -1/2 + j 3/2 = 1 \angle 120^\circ = 1 \angle -240^\circ$$



<sup>2</sup>は次のようになります。

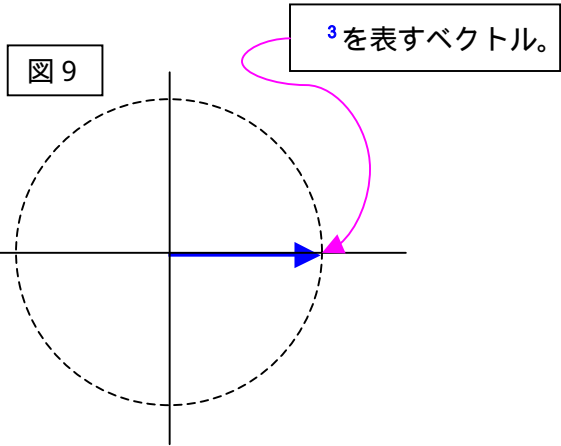
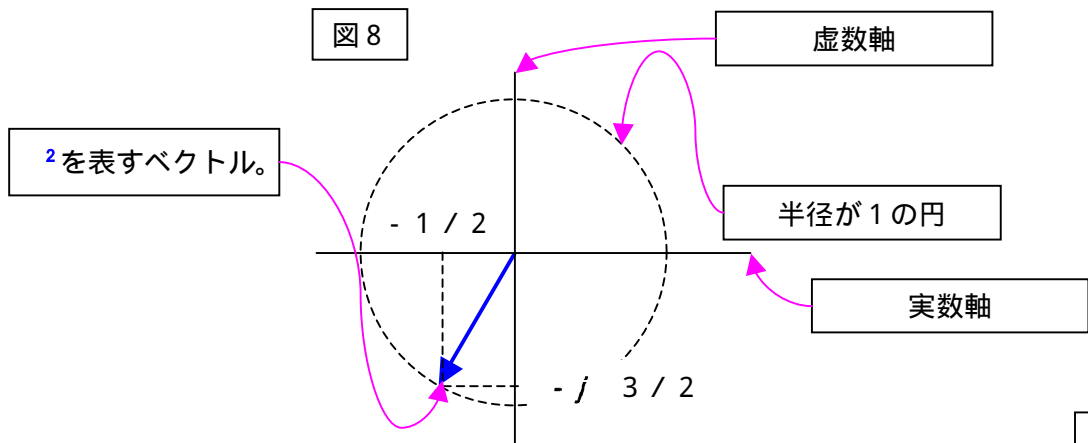
$$= -1/2 + j 3/2 \text{ だから}$$

$$^2 = (-1/2 + j 3/2) \text{ の2乗}$$

$$= 1/4 - j 3/2 - 3/4$$

$$= -1/2 - j 3/2$$

$$= 1 \angle 240^\circ = 1 \angle -120^\circ$$



<sup>3</sup>は <sup>2</sup>がさらに反時計回りに120°回ります。

つまり <sup>3</sup> = 1です。



ベクトルオペレータを導入して6ページの式を変形します。

$$\mathbf{I} \quad 0^\circ = \dot{\mathbf{I}}_{ux} - \dot{\mathbf{I}}_{wz} \quad \dots \quad \text{式}$$

$$\mathbf{I} \quad -120^\circ = \dot{\mathbf{I}}_{vy} - \dot{\mathbf{I}}_{ux} \quad \dots \quad \text{式}$$

$$\mathbf{I} \quad -240^\circ = \dot{\mathbf{I}}_{wz} - \dot{\mathbf{I}}_{vy} \quad \dots \quad \text{式}$$

を使うと上の式の左辺は次のように変形できます。

$$\mathbf{I} \quad 0 = \mathbf{I}$$

$$\mathbf{I} \quad -120^\circ = {}^2\mathbf{I}$$

$$\mathbf{I} \quad -240^\circ = \mathbf{I}$$

従って、～式は下記のようになります。

$$\mathbf{I} = \dot{\mathbf{I}}_{ux} - \dot{\mathbf{I}}_{wz} \quad \dots \quad \text{式}$$

$${}^2\mathbf{I} = \dot{\mathbf{I}}_{vy} - \dot{\mathbf{I}}_{ux} \quad \dots \quad \text{式}$$

$$\mathbf{I} = \dot{\mathbf{I}}_{wz} - \dot{\mathbf{I}}_{vy} \quad \dots \quad \text{式}$$

今度は右辺の変形を試みます。

巻線コイルに流れる電流の電流値は未だ解りません。

しかし、3つの電流  $\dot{\mathbf{I}}_{ux}$  ,  $\dot{\mathbf{I}}_{vy}$  ,  $\dot{\mathbf{I}}_{wz}$  の絶対値は総て同じで、且つ位相が  $120^\circ$  ずつ、ずれている事は解っています。

従って  $\dot{\mathbf{I}}_{ux}$  を基準にすれば  $\dot{\mathbf{I}}_{vy}$  と  $\dot{\mathbf{I}}_{wz}$  はベクトルオペレータを使って次のように書けます。

$$\dot{\mathbf{I}}_{vy} = {}^2\dot{\mathbf{I}}_{ux}$$

$$\dot{\mathbf{I}}_{wz} = \dot{\mathbf{I}}_{ux}$$

この式を～式に代入します。

$$\mathbf{I} = \dot{\mathbf{I}}_{ux} - \dot{\mathbf{I}}_{ux} \quad \dots \quad \text{式}$$

$${}^2\mathbf{I} = {}^2\dot{\mathbf{I}}_{ux} - \dot{\mathbf{I}}_{ux} \quad \dots \quad \text{式}$$

$$\mathbf{I} = \dot{\mathbf{I}}_{ux} - {}^2\dot{\mathbf{I}}_{ux} \quad \dots \quad \text{式}$$

式を変形します。

$$\mathbf{I} = \dot{\mathbf{I}}_{ux} - \dot{\mathbf{I}}_{ux} \quad \dots \quad \text{式}$$

$$\mathbf{I} = (1 - ) \cdot \dot{\mathbf{I}}_{ux}$$

=  $-1/2 + j \ 3/2$  ですから、

$$\mathbf{I} = \{ 1 - (-1/2 + j \ 3/2) \} \cdot \dot{\mathbf{I}}_{ux}$$

$$\mathbf{I} = (3/2 - j \ 3/2) \cdot \dot{\mathbf{I}}_{ux}$$

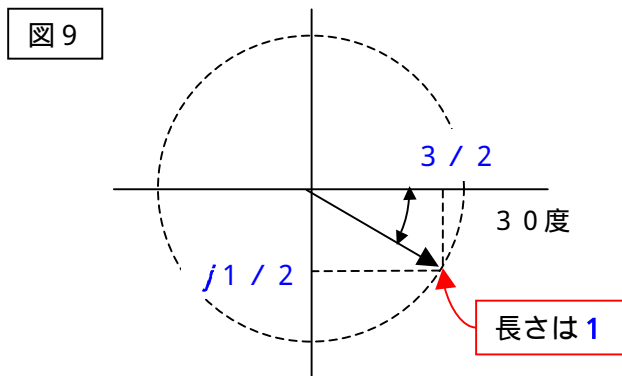
$$\dot{\mathbf{I}}_{ux} = \mathbf{I} / (3/2 - j \ 3/2)$$

$$\dot{\mathbf{I}}_{ux} = \mathbf{I} / \{ 3 \times ( \underline{3/2 - j1/2} ) \} \quad \leftarrow \text{結果が解っているなのでこの様な不思議な変換が出来ます。}$$

この式のアンダーラインの部分 (  $\underline{3/2 - j1/2}$  ) に注目します。

これをベクトル座標に書いてみると下記の様になります。

長さが1で  $30^\circ$  遅れのベクトルになっています。



従って、この式は次のように変改できます。

$$\dot{I}_{ux} = I / \{ \sqrt{3} \times (\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}) \} \quad \leftarrow \text{元の式}$$

$\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2} = 1 \angle -30^\circ$  と書けますから、

$$\dot{I}_{ux} = I / (\sqrt{3} \times 1 \angle -30^\circ)$$

$$\dot{I}_{ux} = (I / \sqrt{3}) \times 1 \angle +30^\circ$$

この式は次のように読めます。

$\dot{I}_{ux}$  は大きさが  $I$  の  $1 / \sqrt{3}$  で位相が  $30^\circ$  進んでいる。

両辺の絶対値を取れば、

$$|\dot{I}_{ux}| = |I / \sqrt{3}| \text{ となります。}$$

つまり巻線に流れる電流の大きさは、線電流の  $1 / \sqrt{3}$  倍です。

これが求めていた結論です。