

三相の誘導電動機をスターデルタ始動した場合の電流の話です。
 皆様ご承知の様に、スターデルタ始動はよく用いられる始動方法です。
 この始動方式を用いた場合の、始動電流及び始動トルクの関係は次の様に説明されています。

説明その1

始動電流は全電圧始動の $1/3$ になり、始動トルクは $1/3$ になる。

説明その2

始動電流は全電圧始動の $1/3$ になり、始動トルクは $1/3$ になる。

一つの事項に対する説明が2種類ある場合、次の事が言えます。

片方が間違っている。又は両方間違っている。

結論を先に書きます。

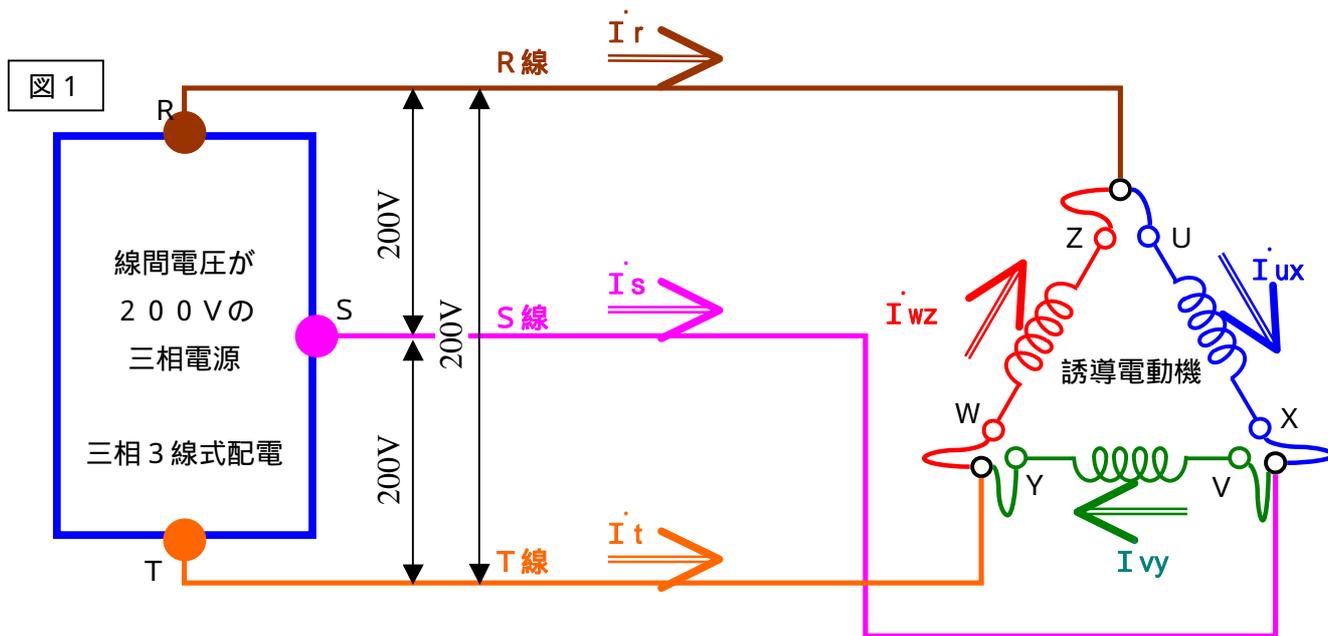
説明その1 < == 正しい。

説明その2 < == 間違い。

結構権威のある解説書などにも、この間違っただ記載があります。

何処でどう間違えたかは良く知りませんが、間違いは間違いです。

まず、基本回路ですが下図の様な回路で考えます。



この回路で I_r 、 I_s 、 I_t は配線に流れる電流、 I_{ux} 、 I_{vy} 、 I_{wz} は誘導電動機のコイルに流れる電流です。
 この電流の大きさの関係は下記になります。

$$|I_r| = |I_s| = |I_t| = 3 \times |I_{ux}| = 3 \times |I_{vy}| = 3 \times |I_{wz}| \quad \dots \quad \text{式}$$

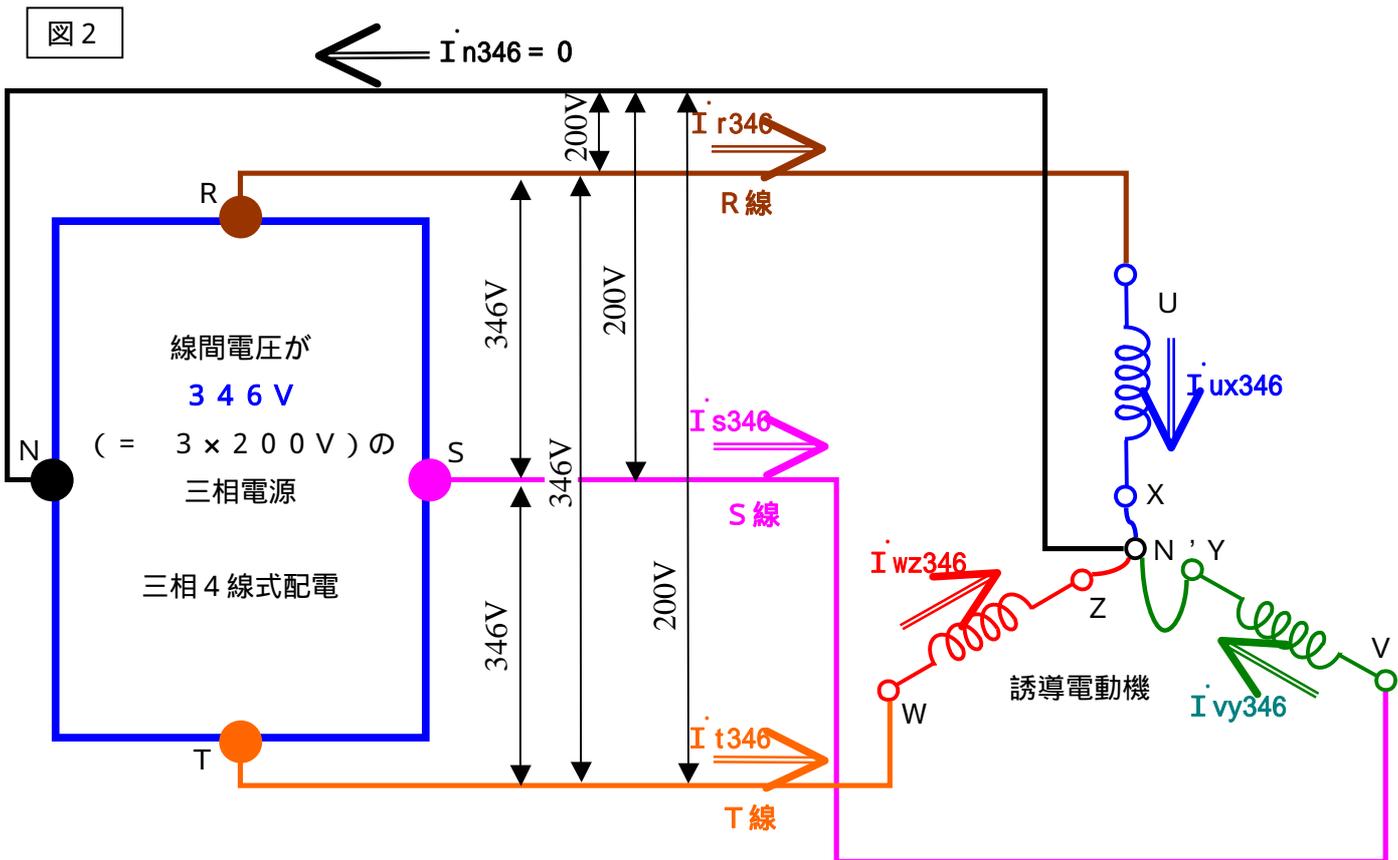
つまり、線電流は巻線電流の 3 倍の電流が流れます。

ベクトル演算式は取り敢えず忘れて頂いて結構です。

電流値の大きさのみの比較です。

どうしてこうなるかは、「なるからなる。」としてください。

次に下記のような回路を考えます。



何やら奇怪な回路図ですが、この回路は、誘導電動機の巻線を から Y に組み直し、電源線間電圧を 3 倍にしたものです。

N 相の電流は 0 (ゼロ) になります。

N 線は有っても無くても同じですが、取り敢えず書いておきました。

実際には線間電圧が 346V の電圧は商用電源には有りません。

有りませんが、作ったらこうなるという事を考えます。

上図の場合、線電流と巻線電流は次の関係式になります。

$$|I_{r346}| = |I_{s346}| = |I_{t346}| = |I_{ux346}| = |I_{vy346}| = |I_{wz346}| \quad \dots \quad \text{式}$$

つまり電流値の値は全部同じです。

又、N 点 (中性点) と U 点、V 点、W 点間の電圧は 200V です。

N 点は X、Y、Z 点と電気的に接続されています。(スター結線だから当たり前の話。)

従って、U ~ X、V ~ Y、W ~ Z 間に印加される電圧は 200V です。

ここで、2 つの回路 (図 1 及び図 2) の電動機の出力を考えます。

コイルの組み方を変えて、線間電圧を変えた。

図 1 の場合の出力を P [kW] とすると、図 2 の出力は・・・次の内のどれか？

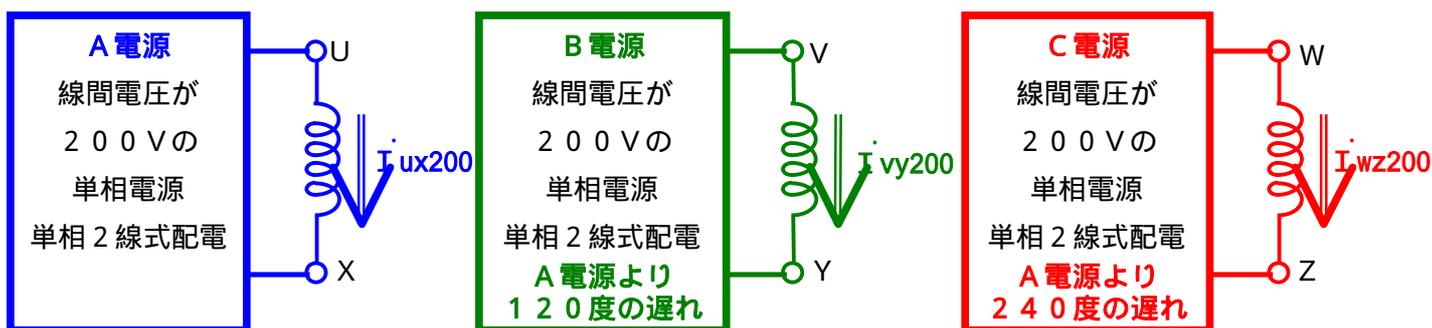
- (1) P [kW] で同じ。
- (2) 3 × P [kW] になる。
- (3) 3 × P [kW] になる。
- (4) P / 3 [kW] になる。
- (5) P / 3 [kW] になる。

正解は (1) です。

どうして、こうなるかを次ページで説明します。

説明の為に次の様な回路を考えます。

図3



またまた、奇怪な回路図です。
 この回路図は、誘導電動機の巻線をバラバラにして、各々に別々の単相電源を印加したものです。
 電源の電圧は全部同じで、200Vです。
 電圧位相はそれぞれ120度の位相です。
 つまり三相交流と同じです。
 巻線の特性は全部同じですので、次の関係式が成り立ちます。

$$|I_{ux200}| = |I_{vy200}| = |I_{wz200}|$$

つまり電流値は全部同じ大きさになります。
 これで、誘導電動機は回るか？
 ご心配無く。ちゃんと回ります。

では、この回路は、図1に当てはまるものでしょうか？それとも図2に当てはまるものでしょうか？
この図(図3)は図1と図2両方に当てはまります。

巻線コイル側から見ると、端子間に印加された電圧は、図1、図2、図3総て同じで200Vです。
 電源回路の線間電圧がどうなっていようと関係有りません。
 120度ずれた電圧200Vが6つの端子(UV、WX、YZ)にそれぞれ印加されれば、それで良い訳です。

従って、コイルに流れる電流は、図1、図2、図3で総て同じ電流になります。
 つまり $|I_{ux}| = |I_{vy}| = |I_{wz}| = |I_{ux200}| = |I_{vy200}| = |I_{wz200}| = |I_{ux346}| = |I_{vy346}| = |I_{wz346}|$
 - - - 式
 になります。

コイルに流れる電流が全部同じ、コイルに印加された電圧が全部同じ、つまり、出力は全部同じでP[kW]になります。(図1、図2、図3に共通。)

次に、図1と図2の線電流を比べます。

式を持ってきます。

$$|I_r| = |I_s| = |I_t| = 3 \times |I_{ux}| = 3 \times |I_{vy}| = 3 \times |I_{wz}| \quad \text{- - - 式}$$

式を持って来ます。

$$|I_{r346}| = |I_{s346}| = |I_{t346}| = |I_{ux346}| = |I_{vy346}| = |I_{wz346}| \quad \text{- - - 式}$$

式を見て、式の値を式に代入すると下記の式を得ます。

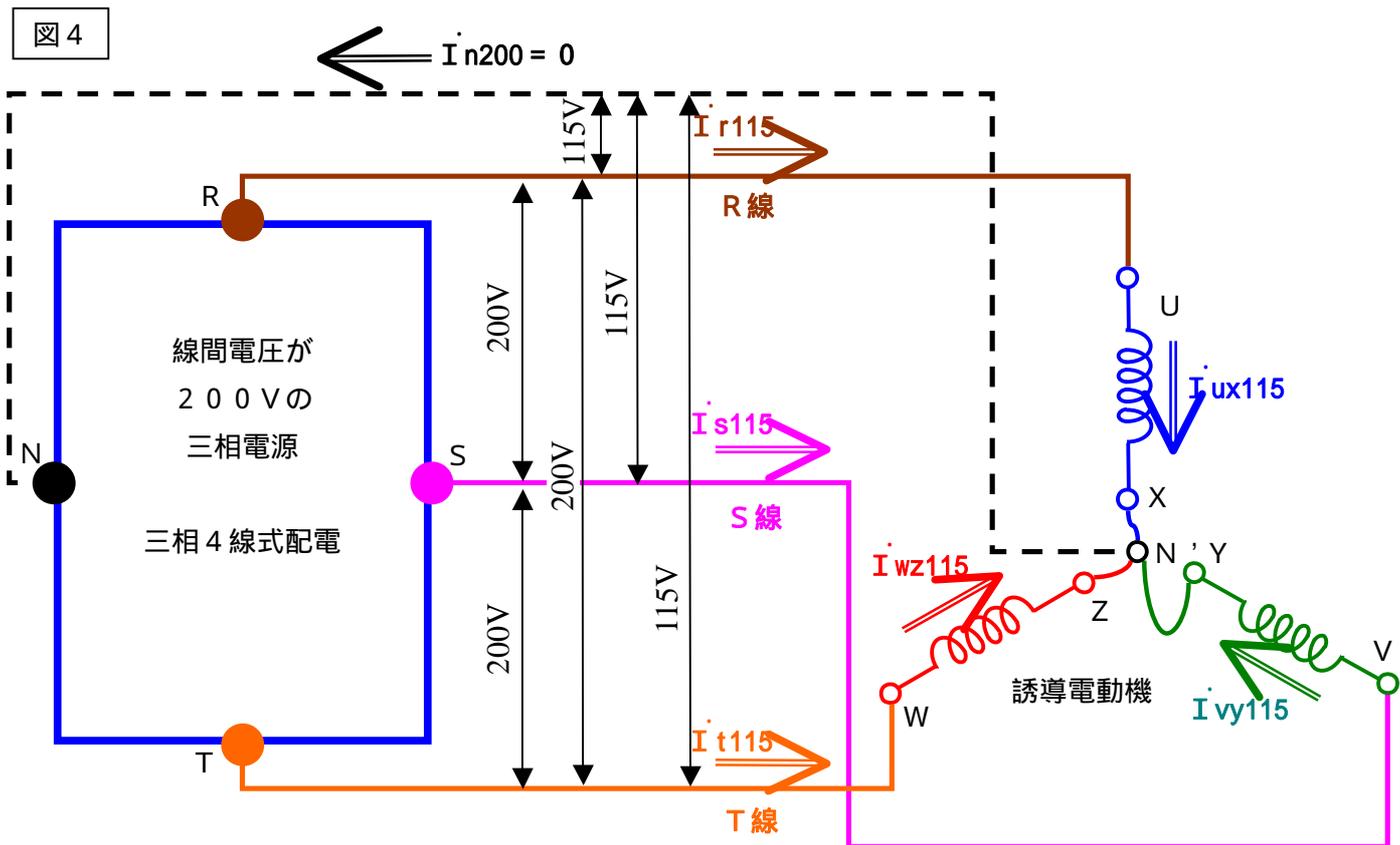
$$|I_r| = |I_s| = |I_t| = 3 |I_{r346}| = 3 \times |I_{s346}| = 3 \times |I_{t346}|$$

図1の線電流は、図2の線電流の3倍です。

言い換えると、図2の線電流は、図1の1/3倍です。

図1に対して、図2は線間電圧を3倍しましたが、線電流は1/3倍になった訳です。

今度は、図2の線間電圧を下げます。



この図は、線間電圧を図2に対して1 / 3倍にしたものです。

この図と、図2を比較します。

図から解るとおり、

$$|I_{r115}| = |I_{s115}| = |I_{t115}| = |I_{u115}| = |I_{v115}| = |I_{w115}| \quad \dots \quad \text{式}$$

になります。

負荷のインピーダンスは変わりませんので、線間電圧を1 / 3倍にすれば、線電流は自動的に1 / 3倍になります。

(消費電力は1 / 3になる。消費電力は電圧の2乗に比例。)

つまり、図4の線電流は図2の線電流 × 1 / 3倍になります。

図2の線電流は図1の線電流 × 1 / 3倍でしたから、

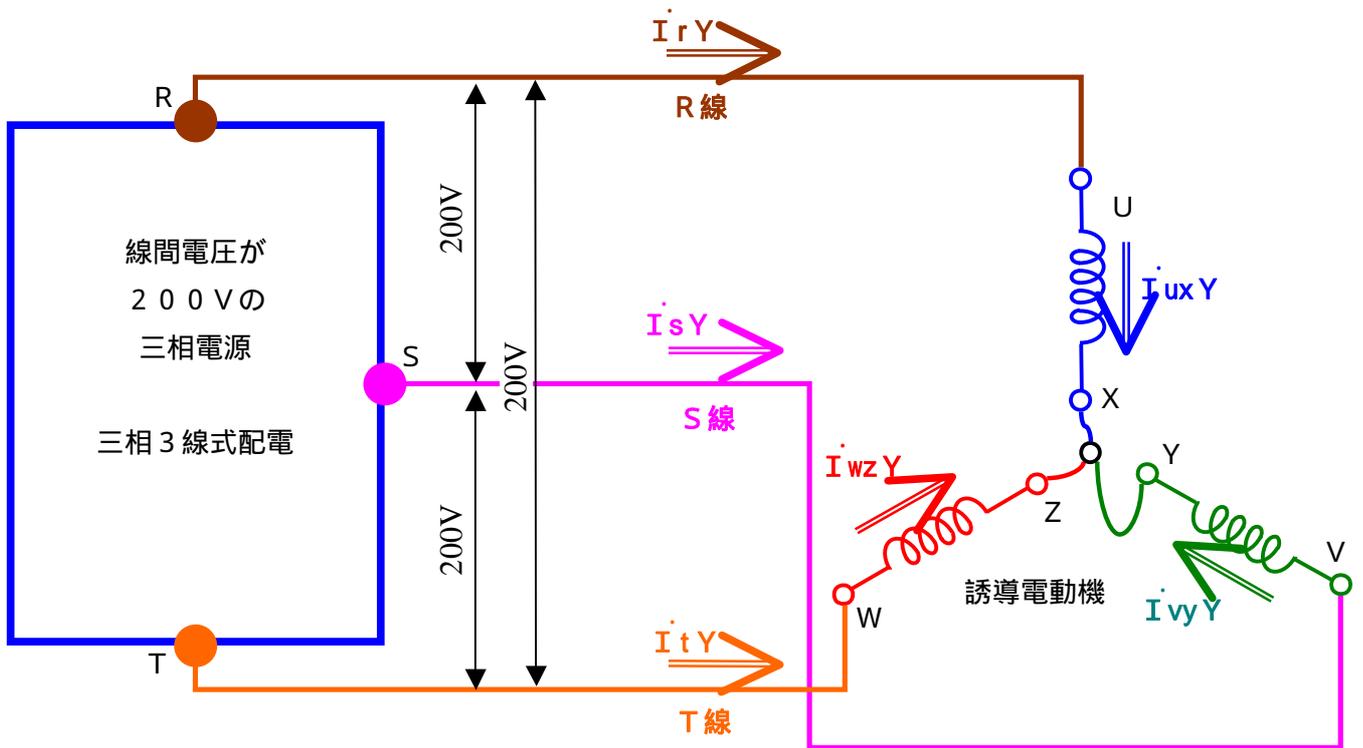
図4の線電流は図1の線電流 × 1 / 3倍になります。

図4からN線を撤去します。

そうすると、この図は、スターデルタ始動のスター時の結線になります。

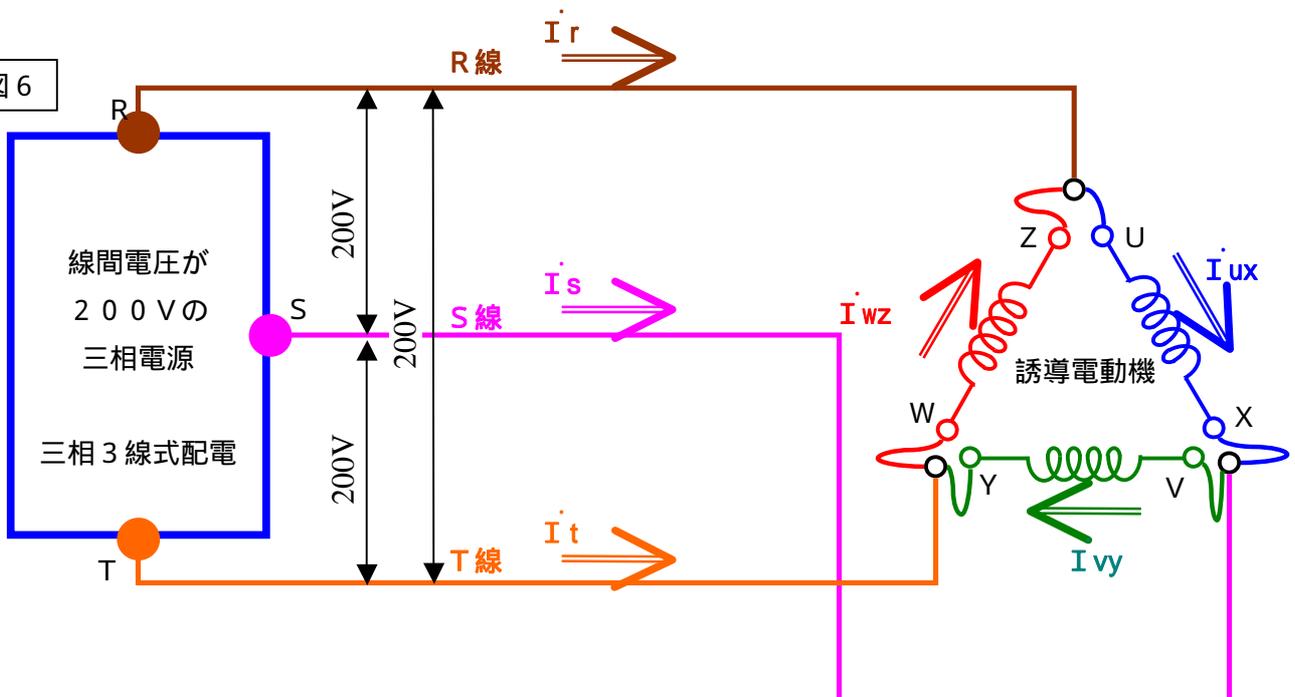
次ページ参照。

図5



つまり、スター結線時の線電流は、デルタ結線時の線電流の1/3になります。
下記に 結線時の場合を記載します。

図6



$|\dot{I}_{rY}| = |\dot{I}_r| / 3$ です。

図6は普通に接続した場合の図です。
 電源の線間電圧は200V、誘導電動機巻線の結線はデルタです。

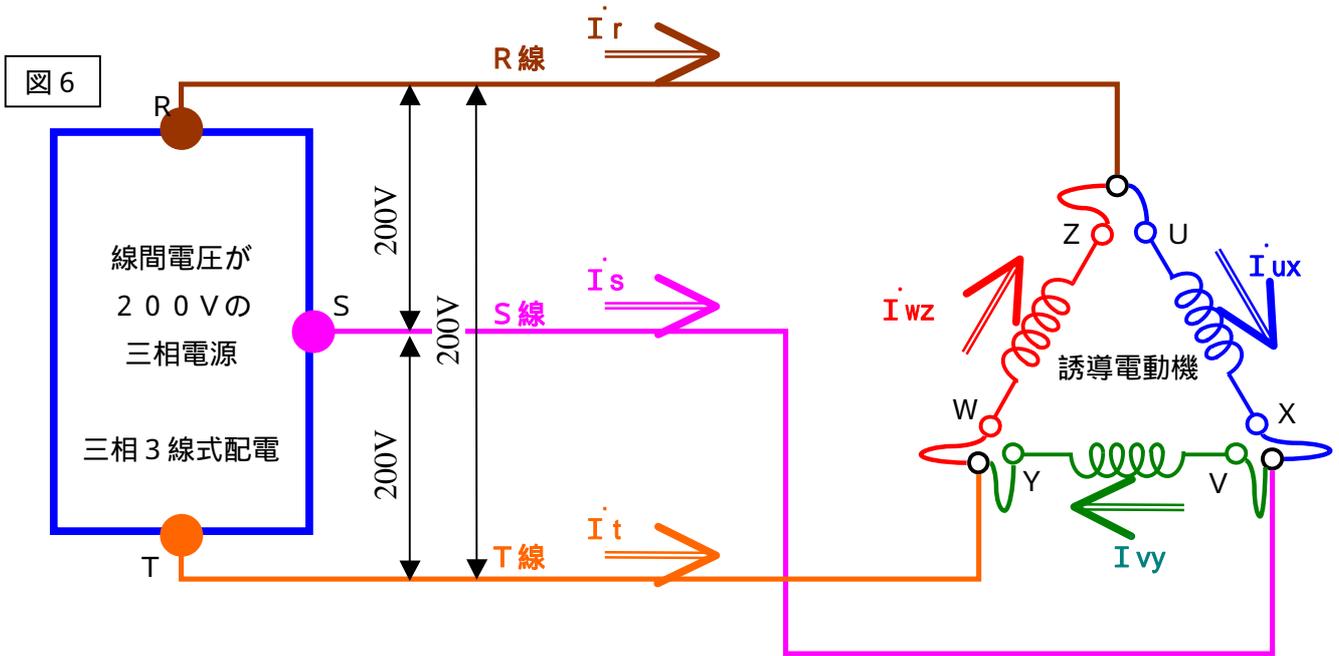


図3は怪しげな結線図です。

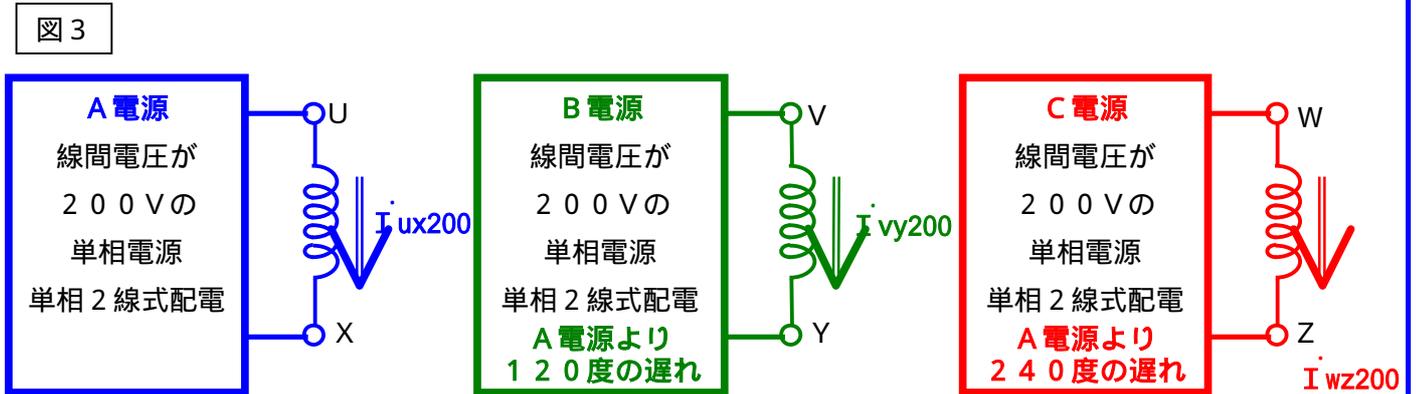
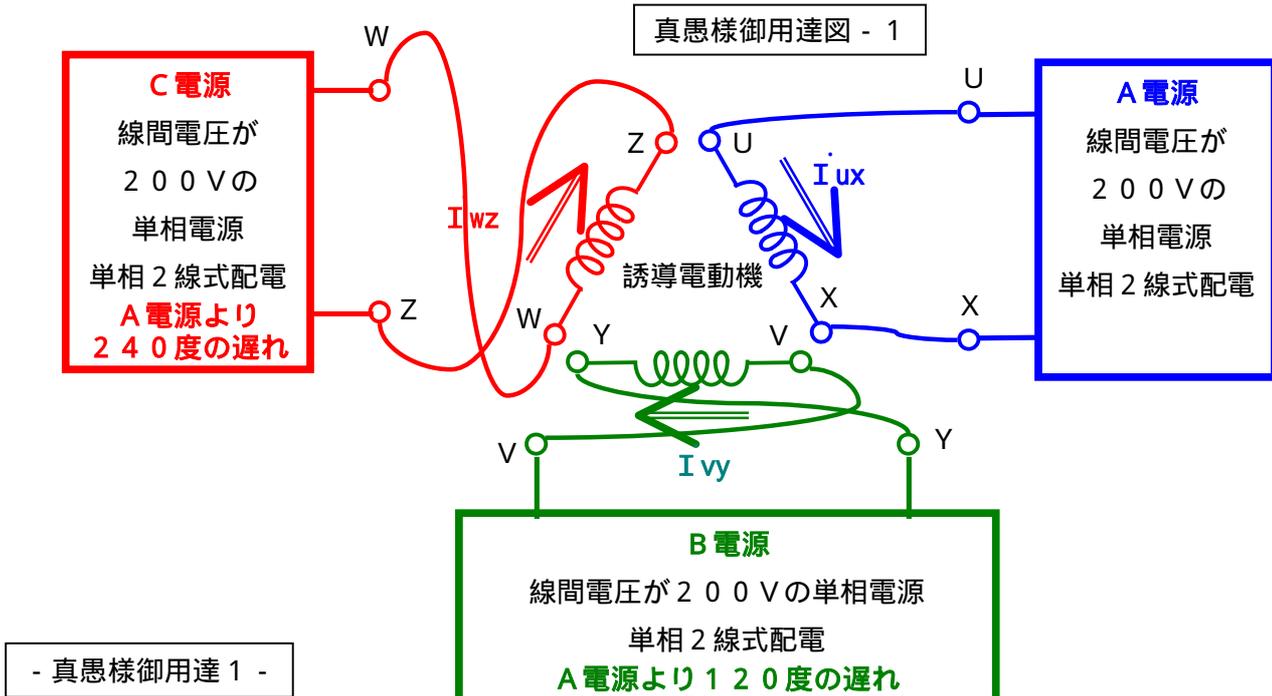
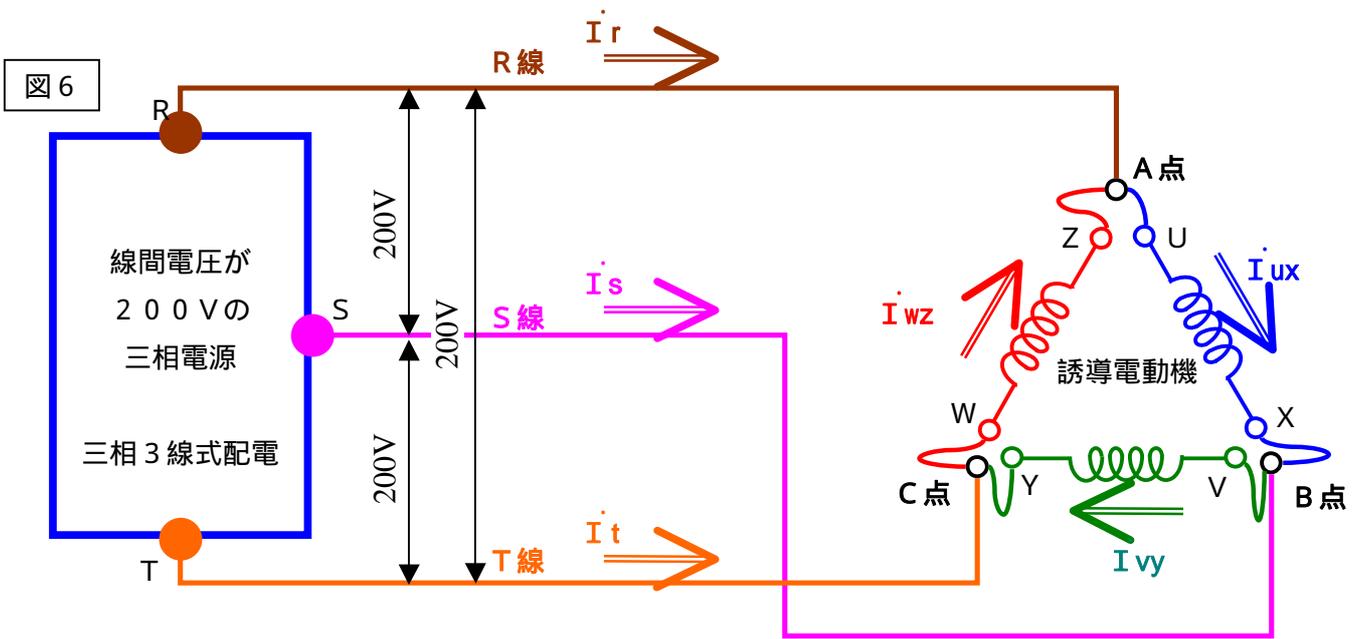


図3を下記のように書くと解って貰えるかも？



デルタに接続した場合の巻き線電流の算出方法です。
 巻線電流は線電流の1/3倍になります。これを証明します。
 前ページの図6を使って説明します。



A点に注目してキルヒホッフの原理を導入し、流入する電流をプラス、流出する電流をマイナスとすると下記の方程式が得られます。

$$\dot{I}_r + \dot{I}_{wz} - \dot{I}_{ux} = 0$$

これを变形して $\dot{I}_r =$ の式に書き換えると下記になります。

$$\dot{I}_r = \dot{I}_{ux} - \dot{I}_{wz} \quad \dots \text{式}$$

同様にB点、C点に注目して下記の等式を得ます。

$$\dot{I}_s = \dot{I}_{vy} - \dot{I}_{ux} \quad \dots \text{式}$$

$$\dot{I}_t = \dot{I}_{wz} - \dot{I}_{vy} \quad \dots \text{式}$$

このままでは当然の話としてこの方程式は解けません。

(変数が6個有って、関係式が3個しか無い。従って絶対に解けない。)

ここで出来るだけ計算を簡略化して、解答を導き出す事を考えます。

線電流 \dot{I}_r を見て、 $|\dot{I}_r| = I$ と置きます。

同様に \dot{I}_s 及び \dot{I}_t も $|\dot{I}_s| = I$ 、 $|\dot{I}_t| = I$ と置きます。(電流の絶対値は全部同じ。)

ここで、 \dot{I}_r を基準ベクトルとすると、上記の式 ~ は次のように変形できます。

$$I \angle 0^\circ = \dot{I}_{ux} - \dot{I}_{wz} \quad \dots \text{式}$$

$$I \angle -120^\circ = \dot{I}_{vy} - \dot{I}_{ux} \quad \dots \text{式}$$

$$I \angle -240^\circ = \dot{I}_{wz} - \dot{I}_{vy} \quad \dots \text{式}$$

さらにこの式をベクトルオペレータを使って変形します。

ベクトルオペレータとは 120° ずつ位相のずれたベクトルを扱う時に使用する複素数です。

次ページに解説を記載します。

ベクトルオペレータを と書きます。

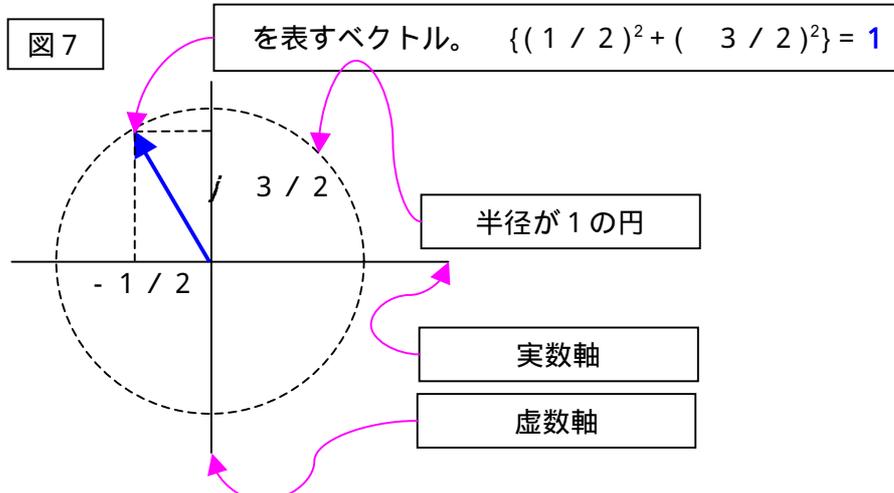
$$= -1/2 + j 3/2 \text{ という複素数です。}$$

これは下図の値を持つ長さが1のベクトルです。

つまり、 $1 \angle 120^\circ$ (長さが1、角度が120度)と等価です。

又、 $1 \angle 120^\circ$ は $1 \angle -240^\circ$ と等しくなりますので、 は下記のように書けます。

$$= -1/2 + j 3/2 = 1 \angle 120^\circ = 1 \angle -240^\circ$$



²は次のようになります。

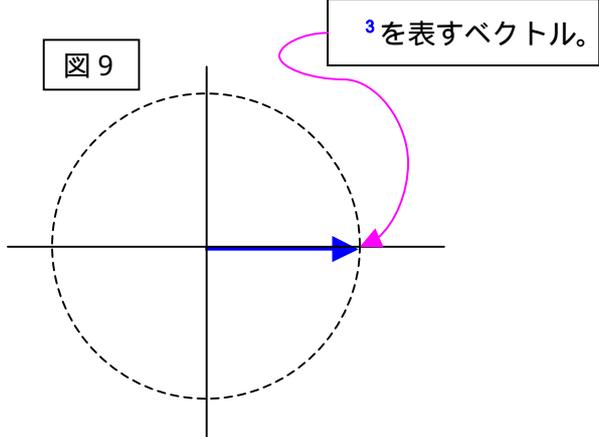
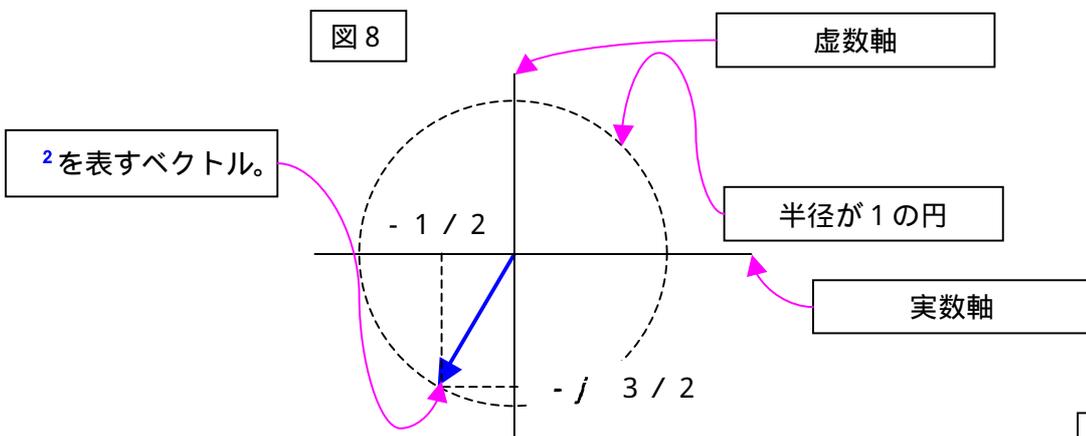
$$= -1/2 + j 3/2 \text{ だから}$$

$$^2 = (-1/2 + j 3/2) \text{ の2乗}$$

$$= 1/4 - j 3/2 - 3/4$$

$$= -1/2 - j 3/2$$

$$= 1 \angle 240^\circ = 1 \angle -120^\circ$$



³は ²がさらに反時計回りに120°回ります。

つまり ³= 1です。

ベクトルオペレータを導入して6ページの式を変形します。

$$\mathbf{I} \quad 0^\circ = \dot{\mathbf{I}}_{ux} - \dot{\mathbf{I}}_{wz} \quad \dots \quad \text{式}$$

$$\mathbf{I} \quad -120^\circ = \dot{\mathbf{I}}_{vy} - \dot{\mathbf{I}}_{ux} \quad \dots \quad \text{式}$$

$$\mathbf{I} \quad -240^\circ = \dot{\mathbf{I}}_{wz} - \dot{\mathbf{I}}_{vy} \quad \dots \quad \text{式}$$

を使うと上の式の左辺は次のように変形できます。

$$\mathbf{I} \quad 0 = \mathbf{I}$$

$$\mathbf{I} \quad -120^\circ = {}^2\mathbf{I}$$

$$\mathbf{I} \quad -240^\circ = \mathbf{I}$$

従って、～式は下記のようになります。

$$\mathbf{I} = \dot{\mathbf{I}}_{ux} - \dot{\mathbf{I}}_{wz} \quad \dots \quad \text{式}$$

$${}^2\mathbf{I} = \dot{\mathbf{I}}_{vy} - \dot{\mathbf{I}}_{ux} \quad \dots \quad \text{式}$$

$$\mathbf{I} = \dot{\mathbf{I}}_{wz} - \dot{\mathbf{I}}_{vy} \quad \dots \quad \text{式}$$

今度は右辺の変形を試みます。

巻線コイルに流れる電流の電流値は未だ解りません。

しかし、3つの電流 $\dot{\mathbf{I}}_{ux}$, $\dot{\mathbf{I}}_{vy}$, $\dot{\mathbf{I}}_{wz}$ の絶対値は総て同じで、且つ位相が 120° ずつ、ずれている事は解っています。

従って $\dot{\mathbf{I}}_{ux}$ を基準にすれば $\dot{\mathbf{I}}_{vy}$ と $\dot{\mathbf{I}}_{wz}$ はベクトルオペレータを使って次のように書けます。

$$\dot{\mathbf{I}}_{vy} = {}^2\dot{\mathbf{I}}_{ux}$$

$$\dot{\mathbf{I}}_{wz} = \dot{\mathbf{I}}_{ux}$$

この式を～式に代入します。

$$\mathbf{I} = \dot{\mathbf{I}}_{ux} - \dot{\mathbf{I}}_{ux} \quad \dots \quad \text{式}$$

$${}^2\mathbf{I} = {}^2\dot{\mathbf{I}}_{ux} - \dot{\mathbf{I}}_{ux} \quad \dots \quad \text{式}$$

$$\mathbf{I} = \dot{\mathbf{I}}_{ux} - {}^2\dot{\mathbf{I}}_{ux} \quad \dots \quad \text{式}$$

式を変形します。

$$\mathbf{I} = \dot{\mathbf{I}}_{ux} - \dot{\mathbf{I}}_{ux} \quad \dots \quad \text{式}$$

$$\mathbf{I} = (1 - \quad) \cdot \dot{\mathbf{I}}_{ux}$$

= $-1/2 + j \quad 3/2$ ですから、

$$\mathbf{I} = \{1 - (-1/2 + j \quad 3/2)\} \cdot \dot{\mathbf{I}}_{ux}$$

$$\mathbf{I} = (3/2 - j \quad 3/2) \cdot \dot{\mathbf{I}}_{ux}$$

$$\dot{\mathbf{I}}_{ux} = \mathbf{I} / (3/2 - j \quad 3/2)$$

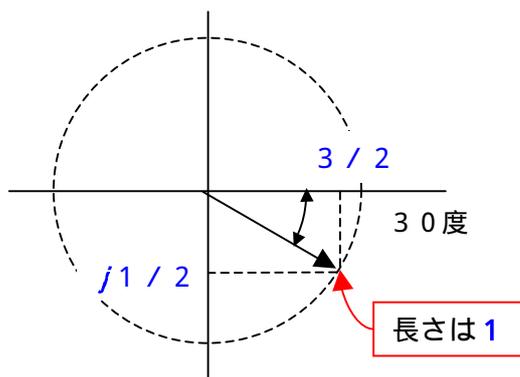
$$\dot{\mathbf{I}}_{ux} = \mathbf{I} / \{ \quad 3 \times (\underline{3/2 - j1/2}) \} \quad \leftarrow \text{結果が解っているなのでこの様な不思議な変換が出来ます。}$$

この式のアンダーラインの部分 ($\underline{3/2 - j1/2}$) に注目します。

これをベクトル座標に書いてみると下記の様になります。

長さが1で 30° 遅れのベクトルになっています。

図9



従って、この式は次のように変改できます。

$$\dot{I}_{ux} = I / \{ \sqrt{3} \times (\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}) \} \quad \leftarrow \text{元の式}$$

$\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2} = 1 \angle -30^\circ$ と書けますから、

$$\dot{I}_{ux} = I / (\sqrt{3} \times 1 \angle -30^\circ)$$

$$\dot{I}_{ux} = (I / \sqrt{3}) \times 1 \angle +30^\circ$$

この式は次のように読めます。

\dot{I}_{ux} は大きさが I の $1 / \sqrt{3}$ で位相が 30° 進んでいる。

両辺の絶対値を取れば、

$$|\dot{I}_{ux}| = |I / \sqrt{3}| \text{ となります。}$$

つまり巻線に流れる電流の大きさは、線電流の $1 / \sqrt{3}$ 倍です。

これが求めていた結論です。